Una revaloración algebraica del modelo de sobrerreacción de Dornbusch (1976)

An algebraic reassessment of the Dornbusch overreaction model (1976)

Eddy Lizarazu Alanez[1]

Resumen

En el modelo de Dornbusch (1976), una expansión monetaria genera una sobrerreacción del tipo de cambio nominal si: (1) el precio de los activos es flexible y el precio de los bienes es rígido; (2) hay perfecta movilidad de capitales; y (3) hay previsión perfecta acerca del tipo de cambio futuro. Revisamos algebraicamente el modelo de Dornbusch para mostrar algunas cuestiones: el ajuste regresivo de las expectativas y su conexión con la previsión perfecta, también establecemos las condiciones para el efecto desbordamiento. Por ejemplo, si los mercados de capitales carecen de la suficiente flexibilidad, el efecto desbordamiento es relativamente exiguo.

Palabras clave: modelo Mundell-Fleming, paridad descubierta de tasas de interés, política monetaria, sobrerreacción.

JEL: E52, E58, F41

Abstract

In the Dornbusch model (1976), a monetary expansion generates an overshooting of the nominal exchange rate if: (1) the price of assets is flexible and the price of goods is rigid; (2) there is perfect capital mobility; and (3) there is perfect foresight about the future exchange rate. We algebraically review the Dornbusch model to show some issues: the regressive adjustment of expectations and its connection with the perfect foresight, we also set the conditions for the overshooting. For example, if capital markets lack sufficient flexibility, the overflow effect is relatively small.

Key words: Mundell-Fleming model, uncovered parity of interest rates, monetary policy, overshooting.

1. Introducción

El modelo de sobrerreacción de Rudiger Dornbusch es un referente materia-

1 Profesor e investigador, Departamento de Economía, Universidad Autónoma Metropolitana, Iztapalapa, Ciudad de México, e-mail: lae@xanum.uam.mx

lizado en el artículo "Expectations and Exchange Rate Dynamics", publicado en el *Journal of Political Economy*, en diciembre de 1976.[2] El recuento de citas en el Fondo Monetario Internacional, revistas especializadas de economía internacional y libros de texto,[3] convierten al artículo de Dornbusch en un 'clásico' de la macroeconomía internacional.[4]

Con el advenimiento del nuevo sistema monetario internacional, a principios de los 1970, los datos evidenciaron la inestabilidad de los tipos de cambio. La volatilidad se pensaba era el resultado de la especulación y de la ineficiencia de los mercados. Dornbusch (1976) de hecho argumentó que la volatilidad también refleja a una política monetaria caótica, el cual se permea a través de los mercados financieros.

El modelo algebraico de Dornbusch (1976) se erige en los siguientes supuestos: (*i*) una economía pequeña con perfecta movilidad de capitales que garantiza el cumplimiento de la paridad descubierta de tasas de interés; (*ii*) el producto nacional es sustituto imperfecto de las importaciones, por lo que, el precio relativo del bien nacional es un determinante esencial de la demanda agregada; (*iii*) a largo plazo, el precio monetario de los bienes es flexible, es decir, la paridad de poder de compra adquisitivo (PPA) determina el tipo de cambio real; y (*iv*) a corto plazo, el precio monetario de los bienes nacionales es rígido, por lo que el ajuste de los mercados de bienes es lento, mientras que el precio de los mercados financieros es flexible, de modo que la respuesta de estos mercados a la nueva información es casi instantánea.

La sobrerreacción cambiaria se define con relación a un tipo de cambio de equilibrio. Un aumento modesto de la oferta de dinero se corresponde a una reacción excesiva en el tipo de cambio, aunque este encarecimiento desmedido se disipa en el tiempo al converger a su valor PPA. A largo plazo, el efecto de una perturbación monetaria es proporcional en los precios y el tipo de cambio. A corto plazo, empero, el impacto en el tipo de cambio se desvía de forma considerable de su valor de equilibrio. El modelo de sobrerreacción proporciona una explicación racional de esta desviación en el valor de las monedas. Dornbusch (1976) exteriorizó algunas proposiciones específicas: (*i*) los aspectos dinámicos inmersos en el proceso de determinación del tipo de cambio nominal surgen de la suposición de que los mercados de activos se ajustan más deprisa en relación a los mercados de bienes; (*ii*) la volatilidad del tipo de

2 Niehans (2018) comenta que Gustav Cassel observó alrededor de 1920 que el exceso de oferta del marco alemán había deprimido su valor muy debajo de su equilibrio y que la expectativa de una apreciación futura atrajo a los especuladores, incluso a tasas de interés relativamente bajas. Desafortunadamente, Cassel no se molestó en proporcionar una explicación analítica, por tanto, su percepción se perdió durante más de medio siglo, para ser redescubierta por Dornbusch alrededor de 1976.

3 Véase Argandoña, et.al (1996), Copeland (2005), Obstfeld-Rogoff (1996), Murshed (1997), Romer (2006), Tu-Fenf (2009).

4 En noviembre de 2001, en el marco de conferencias de investigación anual, auspiciados por el FMI, se llevó a cabo un homenaje al modelo de sobrerreacción cambiaria de Dornbusch. Rogoff (2002a) afirma que el artículo 'overshooting' marca el nacimiento de la macroeconomía internacional moderna. Rogoff (2002 b), califica este artículo de elegante, innovador y revolucionario para la macroeconomía internacional moderna

cambio es consistente con la formación de expectativas; (*iii*) si el producto real está fijo, una expansión monetaria se acompaña de una sobrerreacción del tipo cambio nominal; y (*iv*) si el producto real responde a la demanda agregada, entonces una política monetaria expansiva no siempre se acompaña de una sobrerreacción cambiaria.

Estas aseveraciones justifican una revisión del modelo de Dornbusch. En consecuencia, en etapas sucesivas de dificultad, estudiamos un modelo MF dinámico en tiempo continuo con previsión perfecta. La solución analítica nos permite establecer que el ajuste de los mercados de activos en relación a los mercados de bienes es fundamental para la existencia de una sobrerreacción cambiaria.[5] Cuando imponemos el supuesto de imperfecta movilidad de capitales es probable que más bien ocurra una subrreacción en el tipo de cambio. Además, mostramos de manera algebraica que no es crucial para la existencia de sobrerreacción que el producto real esté fijo, es suficiente que la demanda agregada sea inelástica a su precio relativo.

El documento está organizado en cinco secciones. En la segunda sección estudiamos un 'modelo MF dinámico básico' en el supuesto de un producto real fijo. En la tercera sección analizamos un 'modelo MF dinámico extendido' en el sentido de que el producto real responde a la demanda agregada. En la cuarta sección analizamos el 'modelo MF dinámico extendido' bajo imperfecta movilidad de capitales. Por último, en la quinta sección, damos algunos comentarios a manera de conclusión.

2. El 'modelo MF dinámico básico'

En esta sección reproducimos la proposición de sobrerreacción cambiaria de Dornbusch (1976). Analizamos un modelo MF dinámico con algunas simplificaciones convenientes. La reflexión se focaliza en las dos instancias temporales de todo modelo dinámico. La primera concierne al estado estacionario del sistema económico y la segunda atañe a su transición dinámica. El estado estacionario es la situación de reposo a largo plazo de las variables endógenas. La transición dinámica alude al conjunto de trayectorias temporales con relación al estado estacionario. La exigencia del análisis de estática comparativa es acerca de la existencia de al menos una trayectoria temporal que culmine en el estado estacionario, de otro modo, somos incapaces de pronosticar el impacto sobre las variables endógenas de alguna alteración en las variables exógenas.

2.1 Las ecuaciones algebraicas del 'modelo MF dinámico básico'

La sobrerreacción cambiaria aparece de manera natural en un modelo MF dinámico simplificado, al que denominamos 'modelo MF dinámico básico'.[6] En

5 Obstfeld-Rogoff (2005) abordan el problema de sobrerreacción en tiempo discreto y Mark (2001) además lo hace bajo incertidumbre con expectativas racionales.

6 El adjetivo refiere a la estructura algebraica más elemental capaz de reproducir el resultado de sobre-

su mayoría, las variables del modelo algebraico son transformaciones logarítmicas, las únicas excepciones son la tasa de interés nacional y extranjera.[7] Por otro lado, nos ceñimos a las mediciones en tiempo continuo por dos motivos. El primero es que la formulación original de Dornbusch es en tiempo continuo. El segundo es que tal procedimiento facilita la manipulación algebraica.

La estructura algebraica del 'modelo MF dinámico básico' consta de cinco de ecuaciones.

$$\bar{p}_t = \bar{s}_t \tag{2.1}$$

$$i_t = i_t^* + \dot{s}_t^e \tag{2.2}$$

$$\dot{s}_t^e = \dot{s}_t \tag{2.3}$$

$$p_t = \eta[(s_t - \bar{s}_t) - (p_t - \bar{p}_t)] \tag{2.4}$$

$$m_t - p_t = y_t - \ell i_t \tag{2.5}$$

La ecuación (2.1) es la teoría de la paridad de poder adquisitivo (PPA). De acuerdo con esta ecuación, el arbitraje garantiza la igualación de los precios monetarios de los bienes nacionales y extranjeros, de manera que el intercambio de los bienes se realiza a un tipo de cambio real (en log) igual a cero.8 Esto último significa que el log del precio monetario de los bienes nacionales a largo plazo es igual al log del precio monetario de los bienes extranjeros , el cual se mide en unidades de la moneda doméstica.9

La ecuación (2.2) es la paridad descubierta de tasas de interés. La movilidad de capitales garantiza la igualación de los rendimientos nominales de los activos nacionales y extranjeros. El rendimiento de los activos nacionales medido en unidades de moneda doméstica es , el rendimiento de los activos extranjeros medido en unidades de la moneda foránea es . Como las monedas se miden en unidades diferentes, es necesario agregar la tasa de depreciación esperada de la moneda nacional. Este último es el riesgo intrínseco en la posesión de activos que resulta de los cambios en el valor de las monedas.

La ecuación (2.3) es la hipótesis de previsión perfecta de la tasa instantánea de depreciación esperada de la moneda nacional.10 Los agentes tienen la

rreacción cambiaria.

7 Si X_t es alguna variable, entonces el logaritmo de dicha variable está representado por la letra minúscula correspondiente $x_t \equiv log(X_t)$..

8 La PPA es una extensión de la ley del precio único. En mercados competitivos, en los que no se consideran los costes de transporte, la ley del precio único sostiene que los bienes idénticos vendidos en diferentes países deben tener el mismo precio expresado en términos de una moneda común.

9 La enunciación exacta de la PPA es: $\bar{p}_t = \bar{s}_t + \bar{p}_t^*$, la ecuación (2.1) es una versión reducida de esta última, el log del precio de los bienes importados, medido en unidades de la moneda extranjera, $\bar{p}_t^*$ es igual a cero. Esto no trasciende en los resultados del análisis dado que el precio de los bienes importados es una variable exógena.

10 Gray-Turnovksy (1979) argumentan que si el pronóstico de una variable dada satisface el esquema de previsión perfecta si la tasa instantánea de cambio esperada de aquella variable es igual a su tasa instan-

destreza para revisar sus pronósticos a la luz de la nueva información generada. Bajo este esquema, los agentes poseen suficiente información para pronosticar con certeza el tipo de cambio nominal futuro.

La ecuación (2.4) es una teoría simplista de la tasa de inflación originada en el exceso del tipo de cambio real sobre su valor estacionario.11 Si el tipo de cambio excede su valor estacionario se gesta una espiral inflacionaria instantánea. Hay dos razones para ello: (i) a corto plazo, una depreciación cambiaria abarata los bienes nacionales con relación a los bienes extranjeros, (ii) la oferta de producto natural a corto plazo no reacciona debido a que está fija (en su valor de pleno empleo). De esta manera, una subvaluación en el tipo de cambio real respecto de su fundamental refleja un exceso de demanda de bienes, y por ende, un proceso inflacionario.[12]

La ecuación (2.5) es la condición habitual de equilibrio en el mercado de dinero. El vaciamiento del mercado de dinero exige que la oferta de saldos reales sea igual a la demanda de saldos reales. Este último es una función positiva de la renta nacional , pero una relación negativa de la tasa de interés doméstica i_t.

2.2 El estado estacionario del 'modelo MF dinámico básico'

Buscamos expresar a las variables endógenas como función de las variables exógenas y parámetros. El cuadro 1 presenta la clasificación de las variables que corresponden al estado estacionario.

Cuadro 1

Clasificación a largo plazo.

Endógenas:	$i\ ,p\ ,p_t\ \ s\ ,s_t$
Exógenas:	$i^*,m\ ,p_t\ \ s_t\ \ s_t\ ,y_t$

Fuente: Elaboración propia

En la situación de reposo, el sistema satisface dos condiciones: (*i*) $\dot{s}_t = \dot{s}_t^e = 0$ y (*ii*) $\dot{p}_t = 0$. La primera nos dice que no hay depreciaciones monetarias ni se esperan que lo hayan. La segunda evoca la estabilidad de los precios monetarios de los bienes nacionales.

Bajo la condición $\dot{s}_t = \dot{s}_t^e = 0$, las ecuaciones (2.2) y (2.3) implican la igualación de las tasas de interés nacional y extranjera, además estas ecuaciones garantizan un tipo de cambio nominal estacionario.

$$i_t = i_t^* \tag{2.6}$$

tánea de cambio efectiva.

11 El tipo de cambio real de corto plazo es , el tipo de cambio real estacionario es . El exceso en los tipos de cambio real implica Esta última porción de esta expresión es la que aparece en el lado derecho de la ecuación (2.4).

12 El parámetro mide el grado de flexibilidad de los precios monetarios de los bienes nacionales.

Si sustituimos (2.6) en la ecuación (2.5), tenemos el nivel de precios que vacía el mercado de dinero.

$$p_t = m_t - \bar{y}_t + \ell i_t^* \tag{2.7}$$

Por otro lado, bajo la condición , la ecuación (2.3) implica:

$$p_t = \bar{p}_t \tag{2.8}$$

$$s_t = \bar{s}_t \tag{2.9}$$

Es decir, el nivel de precios y el tipo de cambio en el largo plazo permanecen en sus valores estacionarios, respectivamente. Considerando (2.1), estas dos últimas ecuaciones también implican:

$$\bar{p}_t = m_t - \bar{y}_t + \ell i_t^* \tag{2.10}$$

$$\bar{s}_t = m_t - \bar{y}_t + \ell i_t^* \tag{2.11}$$

Los fundamentales en el nivel de precios y el tipo de cambio estacionarios son la cantidad de dinero, el nivel de producto natural y la tasa de interés internacional. Si alguna de estas variables exógenas experimenta cambios, entonces el nivel de precios y el tipo de cambio nominal estacionarios reaccionarán de manera consecuente.

En síntesis, los precios p_t y s_t están en sus valores de reposo $\bar{p}_t$ y $\bar{s}_t$ porque los agentes satisfacen sus expectativas cambiarias, no hay ninguna discrepancia entre la tasa de interés nacional y extranjera. Por otro lado, el tipo de cambio real alcanza su valor estacionario porque es imposible sostener por ejemplo un proceso inflacionario. En otros términos, el funcionamiento de la economía es una secuencia de dos etapas. En la primera etapa, el sector real determina el valor el tipo de cambio real que dicta la PPA, y en la segunda etapa, el sector monetario establece los precios monetarios de los bienes, incluyendo el valor nominal de la divisa extranjera. Es decir, tenemos la dicotomía clásica entre el sector real y el sector monetario de la escuela neoclásica.

2.3 Ilustración gráfica del estado estacionario en el 'modelo MF dinámico básico'

Es conveniente compactar el 'modelo MF dinámico básico' en términos de dos ecuaciones fundamentales. La primera relación proviene de la hipótesis de previsión perfecta en la tasa de depreciación cambiaria, aunado a su implicación en el mercado monetario. Si los agentes no se equivocan en sus pronósticos y el estado estacionario es estable, existe una ecuación auxiliar para la que la tasa de depreciación (observada y esperada) es proporcional a la brecha entre el tipo de cambio a largo plazo y el tipo de cambio a corto plazo s_t.

$$\dot{s}_t = \theta(\bar{s}_t - s_t), \qquad \theta > 0 \tag{2.12}$$

donde, θ es una función de parámetros a determinar.[13] Intuitivamente, si el valor $\bar{s}_t$ excede al valor corriente s_t, los agentes esperan una depreciación de la moneda nacional en dirección de $\bar{s}_t$. La depreciación esperada es positiva $\dot{s}_t > 0$. Si ocurre lo contrario, los individuos conciben una apreciación esperada $\dot{s}_t < 0$.

Si sustraemos las ecuaciones (2.15) y (2.10) entre sí, y después, insertamos la ecuación (2.12), arribamos a la expresión:

$$p_t - \bar{p}_t = -\ell\theta(s_t - \bar{s}_t) \tag{2.13}$$

Esta es la 'primera ecuación fundamental' y denota simplemente el equilibrio del mercado de activos. En esta ecuación existe una sola coordenada ($\bar{p}_t$, $\bar{s}_t$) para la que los agentes no esperan ninguna depreciación de la moneda nacional.

Por otro lado, en la suposición de que los precios no experimentan cambios, de la ecuación (2.4), se obtiene la 'segunda ecuación fundamental', representado por una igualación de precios entre el tipo de cambio nominal y el precio monetario de los bienes, en desviaciones de sus valores estacionarios, respectivamente.

$$p_t - \bar{p}_t = s_t - \bar{s}_t \tag{2.14}$$

Esta última ecuación representa las distintas combinaciones de y para los que el mercado de mercancías está en equilibrio, en tanto no impera algún proceso inflacionario (deflacionario).

La ecuación (2.13) satisface la propiedad de equilibrio en el mercado de activos y la ecuación (2.14) cumple con el atributo $\dot{s}_t = 0$. El análisis se desarrolla de aquí en adelante en términos de estas dos ecuaciones, las cuales son dibujadas en la figura 1.[14] La intuición de la inclinación negativa de la 'curva MM' es la siguiente: un incremento en el tipo de cambio nominal implica que los agentes esperan una apreciación futura, siendo entonces rentable poseer activos nacionales, ya que $i_t > i_t^* + \dot{s}_t$. La entrada de capitales foráneos hará presión para que la tasa de interés nacional baje. En este caso, como $\bar{y}_t$ y m_t y están dados, el equilibrio en el mercado de dinero exige un nivel de precios

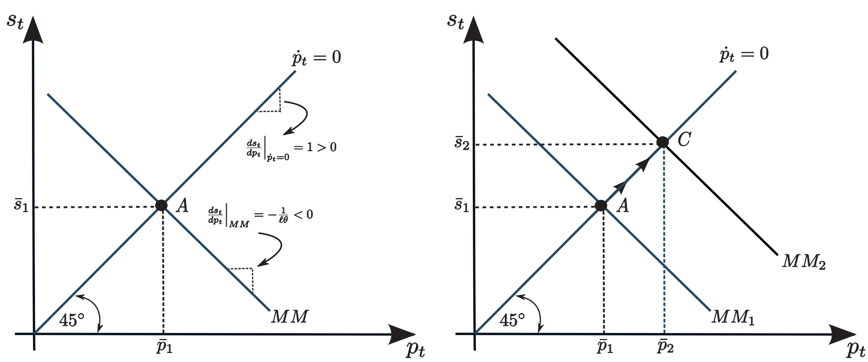
13 Por el momento, está pendiente la determinación de de esta ecuación auxiliar. Sin embargo, más adelante mostraremos que la ecuación (2.12) es una adaptación de una de las dos soluciones generales del sistema dinámico.

14 Con la ayuda del teorema de la función implícita calculamos las pendientes de las curvas asociadas a las ecuaciones (2.12) y (2.13). En el panel izquierdo de la figura 1 se muestra que la pendiente de la curva $\dot{s}_t = 0$ es igual a la unidad, mientras que la pendiente de la 'curva MM' es $-\frac{1}{\ell\theta}$.

menor, de otro modo, el exceso de demanda de dinero nacional persistirá.[15] Análogamente, la intuición de la inclinación positiva de la 'curva $\dot{s}_t = 0$' es como sigue: una depreciación de la moneda nacional se acompaña de una mayor de demanda de bienes nacionales. Esta situación requiere de un incremento en el nivel de precios, de otra manera, el exceso de demanda de bienes subsistirá.[16]

Figura 1

El banco central expande la cantidad de dinero de manera permanente y los agentes tienen previsión perfecta.



(a) El punto A denota el estado estacionario

(b) Efectos de una expansión en el largo plazo.

Una expansión en el estado estacionario del 'modelo MF dinámico básico'

El análisis de estática comparativa requiere de la existencia, unicidad y estabilidad del estado estacionario. En el panel derecho de la figura 1, el punto representa al estado estacionario inicial. La `curva' de una gráfica cambia de posición, si una variable de la ecuación no cuantificada en los ejes cartesianos experimenta alguna alteración. Siguiendo este principio, la curva $\dot{p}_t = 0$ permanece invariable porque la ecuación no depende de la cantidad de dinero, pero si la cantidad de dinero aumenta en forma permanente, la 'curva MM' cambia de posición hacia arriba (o la derecha).[17] La explicación es la siguiente: dado el nivel de precios, un incremento de la oferta de dinero provoca una disminución de la tasa de interés doméstica, la cual se acompaña de una menor tasa de depreciación esperada. Dado $\bar{s}_t$, la situación requiere de un tipo de cambio más alto en concordancia con una menor tasa de depreciación.

15 Dado p_t, encima de la coordenada ($\bar{p}_t, \bar{s}_t$), sobre la 'curva MM', los agentes esperan una apreciación de la moneda, $\dot{s}_t < 0$. En cambio, debajo de la coordenada ($\bar{p}_t, \bar{s}_t$) sobre la 'curva MM', los agentes esperan una depreciación de la moneda, $\dot{s}_t > 0$. En cualquier otra coordenada (p_t, s_t) a la izquierda hacia arriba de ($\bar{p}_t, \bar{s}_t$), la apreciación de la moneda se acompaña de un menor nivel de precios (o la depreciación esperada se asocia a un mayor nivel de precios). El mercado de dinero en estos casos se vacía pero no está operando en el estado estacionario.

16 Por encima (a la izquierda) de la 'curva $\dot{s}_t = 0$' hay una inflación de precios $\dot{p}_t > 0$, mientras que por debajo (a la derecha) de la 'curva $\dot{s}_t = 0$', hay una deflación de precios $\dot{p}_t > 0$.

17 En general, en el espacio implicado, la posición de la curva $\dot{s}_t = 0$ depende de la tasa de interés internacional i_t^*, la oferta monetaria m_t y el producto natural $\bar{y}_t$.

En el panel derecho de la figura 1, entonces la economía pasa de al nuevo equilibrio *c*, lo que pone de manifiesto la proposición de neutralidad del dinero. El tipo de cambio nominal y el nivel de precios aumentan en proporción uno-a-uno con la cantidad de dinero, de $\bar{s}_1$ a $\bar{s}_2$ y de $\bar{p}_1$ a $\bar{p}_2$.

Desde el punto de vista algebraico, a partir de las ecuaciones (2.13) y (2.14), es conveniente escribir:

$$\begin{bmatrix} 1 & \ell\theta \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_t \\ s_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \ell\theta \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{p}_t \\ \bar{s}_t \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

Resolvemos las incógnitas p_t y s_t parametrizadas a los valores de y , donde estas dos últimas variables dependen de exógenas y parámetros, tal como indican las ecuaciones (2.10) y (2.11), respectivamente.

Calculando la inversa de la matriz implicada arribamos a:

$$\begin{bmatrix} p_t \\ s_t \end{bmatrix} = \frac{1}{1+\ell\theta} \begin{bmatrix} 1 & -\ell\theta \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \ell\theta \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{p}_t \\ \bar{s}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{p}_t \\ \bar{s}_t \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

Si recordamos que $\bar{p}_t$ y $\bar{s}_t$, dependen de $\bar{m}_t$, entonces por 'regla de la cadena', calculamos los multiplicadores de impacto.

$$\frac{dp_t}{dm_t} = \frac{d\bar{p}_t}{dm_1} = 1$$

$$\frac{ds_t}{dm_t} = \frac{d\bar{s}_t}{dm_1} = 1$$

La explicación intuitiva es la siguiente: como la demanda de dinero reacciona únicamente con el nivel de producto $\bar{y}_t$ y la tasa de interés internacional i_t^*, y éstas están fijas, entonces un incremento de la oferta monetaria necesita de un incremento idéntico en el nivel de precios p_t, de otro modo, un exceso de oferta de dinero persistirá. En el mercado de bienes, un mayor nivel de precios ocasiona, a su vez, un incremento en el tipo de cambio nominal, en términos de lo que dicta la teoría PPA. El tipo de cambio nominal s_t aumenta en la misma proporción que el nivel de precios porque de esa manera también el mercado de bienes se vacía.

La transición dinámica del 'modelo MF dinámico básico'

Otra vez más expresamos las variables endógenas en función sólo de las variables exógenas y parámetros. El cuadro 2 resume la clasificación de las variables en la instancia del equilibrio temporal, el cual corresponde a las trayectorias temporales del sistema dinámico.

La clasificación de variables en el corto plazo está más allá de algunas permutaciones en las posiciones de las variables endógenas y exógenas. Por otro lado, el análisis de la transición dinámica es más inteligible si asumimos intactos los valores de la PPA, siendo éstos una referencia para el análisis. Evidentemente, durante la transición dinámica, el tipo de cambio real podría exceder (o estar por debajo) de su valor PPA, prosperando así cualquier proceso de inflación (deflación) de precios. Por ejemplo, un incremento en la tasa de interés internacional , se acompañará eventualmente de una tasa de interés doméstica más alta. Como el nivel de precios es rígido en el corto plazo, y el producto real no se desvía de su tasa natural, se requiere de un aumento en el tipo de cambio nominal. Lo anterior servirá para atenuar el alza de la tasa de interés doméstica, en concordancia a una menor de tasa de depreciación futura. A fin de cuentas, la tasa de interés doméstica podría recuperar su valor inicial, sin embargo, entretanto es imposible eludir el proceso inflacionario asociado.

Cuadro 2

Clasificación a corto plazo.

Endógenas:	$i\ , s\ , p_t\ \ s_t\ \ s_t$
Exógenas:	$i^*, m\ \ , p\ \ , p_t\ \ s_t\ \ y_t$

Fuente: Elaboración propia

Ahora nos enfocaremos en la formulación de la ecuación auxiliar (2.12), la cual desde luego no es un artificio arbitrario, sino una implicación de la estructura dinámica del sistema. En efecto, si restamos entre sí, las ecuaciones (2.15) y (2.12), obtenemos:

$$p_t - \bar{p}_t = \ell(i_t - i_t^*) \tag{2.17}$$

Al insertar (2.2) y (2.3) en la ecuación (2.17) se hace explícito la ecuación diferencial trascendental con relación a la dinámica del tipo de cambio nominal.

$$\dot{s}_t = \frac{1}{\ell}(p_t - \bar{p}_t) \tag{2.18}$$

Las ecuaciones (2.4) y (2.18) componen un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden con coeficientes y términos constantes.

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_t \\ \dot{s}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\eta & \eta \\ \dfrac{1}{\ell} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_t \\ s_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\eta(\bar{s}_t - \bar{p}_t) \\ -\dfrac{1}{\ell}\bar{p}_t \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

El sistema de ecuaciones diferenciales anterior en forma compacta es de la siguiente clase:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_t = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_t + \boldsymbol{b}_t \tag{2.20}$$

donde $\boldsymbol{A}$ es la matriz de parámetros y $\boldsymbol{b_t}$ es un vector de constantes. La solución general de este sistema dinámico consta de una **solución particular**, además de una **función complementaria**. La solución particular se obtiene al imponer la condición $\dot{\boldsymbol{x}}_t = 0$ a fin de resolver para $\boldsymbol{x_t}$.

$$\begin{bmatrix} -\eta & \eta \\ \dfrac{1}{\ell} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_t \\ s_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\eta(\bar{s}_t - \bar{p}_t) \\ -\dfrac{1}{\ell}\bar{p}_t \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

Ahora bien, siguiendo el método de coeficientes indeterminados, podríamos igualar los coeficientes de las matrices para las variables p_t y s_t en las ecuaciones (2.15) y (2.21) y hallar el valor de θ como función de los parámetros subyacentes. Sin embargo, este procedimiento no es garantíza de una solución única. Por este motivo, el coeficiente es calculado más bien de la función complementaria del sistema dinámico (2.19).

Dado que la función complementaria tiene la estructura $\dot{\boldsymbol{x}}_t = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_t$ tenemos la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_t \\ \dot{s}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\eta & \eta \\ \dfrac{1}{\ell} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_t \\ s_t \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

Para calcular los valores propios de la matriz $\boldsymbol{A}$, resolvemos la ecuación $|\boldsymbol{A}-\lambda\boldsymbol{I}|= \mathbf{0}$, donde λ es el vector de valores propios. La matriz $\boldsymbol{A}$ tiene dos valores propios en los números reales, pero de signos opuestos.

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}\left[Tr(\boldsymbol{A}) - \sqrt{Tr^2(\boldsymbol{A}) - 4|\boldsymbol{A}|}\right] < 0$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2}\left[Tr(\boldsymbol{A}) + \sqrt{Tr^2(\boldsymbol{A}) - 4|\boldsymbol{A}|}\right] > 0$$

donde, $Tr(\boldsymbol{A}) = -\eta$ y $|\boldsymbol{A}| = -\frac{\eta}{\ell}$.

La solución particular y la función complementaria nos da la solución general del sistema dinámico.

$$p_t = \bar{p}_t + K_1 e^{\lambda_1 t} + K_2 e^{\lambda_2 t} \tag{2.23}$$

$$s_t = \bar{s}_t + L_1 e^{\lambda_1 t} + L_2 e^{\lambda_2 t} \tag{2.24}$$

donde, los coeficientes $K_{1,2}$ y $L_{1,2}$ necesitan determinarse.

Como las raíces son diferentes y de signos opuestos tenemos una burbuja explosiva, es decir, una inestabilidad denominada 'punto de silla'. En este caso, a menos que inicialmente el sistema esté en una rama estable, el sistema se alejará del equilibrio. Sin embargo, como no hay ninguna restricción en el modelo para eliminar trayectorias inestables podemos proceder de esta manera. En términos prácticos, imponemos la condición $K_2 = L_2 = 0$.[18]

$$p_t = \bar{p}_t + K_1 e^{\lambda_1 t} \tag{2.25}$$

$$s_t = \bar{s}_t + L_1 e^{\lambda_1 t} \tag{2.26}$$

donde, $K_1 = p_0 - \bar{p}_t$ y $L_1 = s_0 - \bar{s}_t$

Ahora bien, si calculamos la primera derivada de la ecuación (2.25) obtenemos:

$$\dot{s}_t = \lambda_1 e^{\lambda_1 t} \tag{2.27}$$

En la ecuación (2.25) pasamos $\bar{s}_t$ al otro lado, y luego multiplicamos por λ_1 en ambos lados.

$$\lambda_1(s_t - \bar{s}_t) = \lambda_1 e^{\lambda_1 t} \tag{2.28}$$

El lado derecho de (2.28) es igual a la ecuación (2.27), por consiguiente, tenemos $\dot{s}_t = \theta(\bar{s}_t - s_t)$, donde $\theta \equiv -\lambda_1 > 0$, ya que $\lambda_1 < 0$.[19] Por lo tanto, debemos enfatizar que θ es la raíz estable en la función complementaria y es conocida como la **solución de previsión perfecta**.

Habiendo llegado a este punto, vale la pena concentrarnos en las ecuaciones (2.2), (2.5) y (2.12), las cuales implican:

$$m_t - p_t = \bar{y}_t - \ell\theta(\bar{s}_t - s_t) \tag{2.29}$$

En el corto plazo, el nivel de precios p_t está dado, por consiguiente, cualquier incremento en la oferta monetaria es extrapolado por los agentes con previsión perfecta, de modo que se cumple: $dm_t = d\bar{p}_t = d\bar{s}_t$. En tal situación, de la ecuación (2.29), dados $\bar{y}_t$ y $\bar{p}_t$, calculamos la siguiente derivada:

$$\frac{ds_t}{dm_t} = 1 + \frac{1}{\ell\theta} > 1 \tag{2.30}$$

donde, $\theta = \frac{1}{2}\left[\eta + \sqrt{\eta^2 + 4\frac{\eta}{\ell}}\right] > 0$.

La sobrerreacción cambiaria se define en relación al tipo de cambio de equilibrio de la PPA. Si se produce un aumento permanente exógeno inespe-

18 La suposición de $K_2 = L_2 = 0$ equivale a suponer que el sistema siempre se encuentra en la rama estable del punto de silla. De esta manera, siguiendo con Gray-Turnovsky (1979) cuando hay un salto discreto no anticipado de una variable exógena, la magnitud del cambio es precisamente el necesario para mover al sistema de su estado presente a una rama estable asociada al nuevo equilibrio que corresponde al incremento de la variable exógena.

19 Siguiendo a Gray-Turnovsky (1979) el carácter de expectativas regresivas de la ecuación (2.12) es una implicación de la hipótesis de previsión perfecta con tal que la inestabilidad sea de la clase 'punto de silla'.

rado de la oferta de dinero, la PPA postula que se dará un incremento proporcional en los tipos de cambio y los precios a largo plazo. En el corto plazo, sin embargo, el tipo de cambio nominal reacciona excesivamente a la expansión monetaria, en tanto ℓ y θ sean valores exiguos.

El primer parámetro es la sensibilidad de la demanda de dinero a la tasa de interés, y el segundo parámetro mide el ajuste en las expectativas de depreciación cambiaria. Siguiendo a Tu-Feng (2009), entonces siempre que no haya una gran sensibilidad de la demanda de dinero a la tasa de interés ($\ell \longrightarrow \infty$) ocurrirá invariablemente una sobrerreacción cambiaria. De otra manera, el multiplicador (2.30) será exactamente igual a la unidad. En este caso, coincidirían el impacto el corto y largo plazo de un disturbio monetario y el efecto desbordamiento se desvanece.

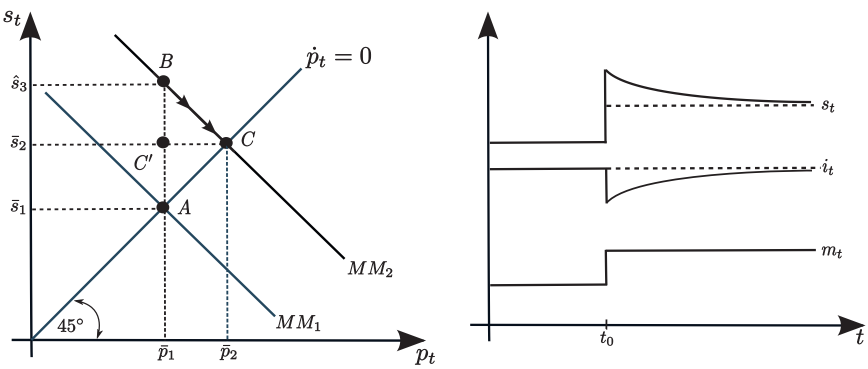
Si omitimos esta complicación, en el panel izquierdo de la figura 2 se ilustra el fenómeno de sobrerreacción cambiaria. La distancia entre los puntos A y B es mayor a la longitud implicada por los puntos A y C. La expansión monetaria provoca un incremento más que proporcional en el tipo de cambio nominal, el cual pasa de $\bar{s}_1$ a $\hat{s}_3$ La recuperación del tipo de cambio nominal se produce a medida que la tasa de inflación incide en un nivel de precios más alto. En el largo plazo, el tipo de cambio nominal cambia sólo de $\bar{s}_1$ a $\bar{s}_2$. El panel derecho de la figura 2 muestra un incremento inesperado de la oferta monetaria en el instante t_0. Con precios fijos, esto constituye un aumento inmediato de los saldos reales y, por tanto, significa una disminución de la tasa de interés. En la medida que los precios suban gradualmente, la tasa de interés subirá nuevamente hacia su nivel de equilibrio. Dado el arbitraje internacional en los rendimientos de los activos extranjeros y nacionales, una disminución de la tasa de interés doméstica se acompaña de una depreciación de la moneda nacional. Bajo previsión perfecta, esto último es factible solo si ocurre una sobrerreacción instantánea en el tipo de cambio en relación con su nivel de estado estacionario. Las trayectorias temporales de la oferta monetaria m_t, la tasa de interés nacional i_t y el tipo de cambio nominal s_t ilustran su comportamiento. La magnitud de la sobrerreacción cambiara se determina con los parámetros ℓ y θ del estado estacionario inicial, tal como se indica en la expresión (2.30), el cual es un multiplicador de impacto conjugado con la cláusula *céteris paribus*.[20]

Por lo tanto, la sobrerreacción cambiaria es un fenómeno que corresponde al corto plazo y congruente con la hipótesis de previsión perfecta. Un comentario final, pero no menos importante es que el nivel de producto real opera siempre en su tasa natural. Dornbusch (1976) sostiene que el efecto desbordamiento no se manifiesta necesariamente si el producto real responde a la demanda agregada. Esta es la cuestión que analizamos en la siguiente sección.

20 La cláusula céteris paribus está más allá de su significado habitual puesto que más bien transmite la idea de independencia de las variables exógenas entre sí.

Figura 2

Los agentes descuentan incrementos futuros en los precios y el tipo de cambio cuando el banco central incrementa la cantidad de dinero.



(a) La sobrerreacción del tipo de cambio nominal se mide por la distancia entre los puntos A y B.

(b) Efectos de una expansión monetaria en el tiempo sobre algunas variables seleccionadas.

3. Un 'modelo MF dinámico extendido' en el que la producción real responde a la demanda agregada

En esta sección especificamos un modelo macroeconómico similar con dos características adicionales: (*i*) la producción real responde a la demanda agregada, y (*ii*) la inflación es proporcional a la brecha de la producción. Denominamos a esta versión, el 'modelo MF dinámico extendido'. Esta variante consta de seis ecuaciones, siendo conocida la mayoría de su estructura algebraica. Por este motivo, conviene que limitemos nuestros comentarios a las ecuaciones desconocidas.

$$\bar{p}_t = \bar{s}_t \tag{3.1}$$

$$i_t = i_t^* + \dot{s}_t^e \tag{3.2}$$

$$i_t = i_t^* + \dot{s}_t^e \tag{3.3}$$

$$y_t - \bar{y}_t = \delta[(s_t - \bar{s}_t) - (p_t - \bar{p}_t)], \qquad \delta \in (0,1) \tag{3.4}$$

$$m_t - p_t = y_t - \ell i_t, \qquad \ell > 0 \tag{3.5}$$

$$\dot{p}_t = \phi(y_t - \bar{y}_t), \qquad \phi > 0 \tag{3.6}$$

Las dos innovaciones se materializan en las ecuaciones (3.4) y (3.6), respectivamente. La ecuación (3.4) es la condición de equilibrio para el mercado de bienes. El lado derecho de esta ecuación nos dice que el gasto agregado es una función positiva de la brecha entre el tipo de cambio real y su valor estacionario.[21] La ecuación (3.3) es la curva de Phillips sin expectativas,[22] la tasa de inflación $\dot{p}_t$ es proporcional a la brecha entre el nivel de producto actual y_t y el producto natural $\bar{y}_t$, donde ϕ mide el grado de flexibilidad de precios.[23]

Otro aspecto no menos importante de la formulación de este modelo es la ecuación (3.5). La demanda de dinero ahora depende de la renta nacional $y_{t\ 1}$, en general, donde esta última ya no es igual a la tasa natural del producto $\bar{y}_t$. Por consiguiente, si la economía experimenta recesiones o expansiones, la demanda de dinero reaccionará consecuentemente.

El cuadro 3 resume la clasificación de las variables en las dos instancias temporales: el corto y largo plazo.

Cuadro 3

Clasificación de las variables y parámetros

	Corto Plazo	*Largo Plazo*
Endógenas:	$i\ ,s\ ,y\ ,p_t\ \ s_t\ \ s_t$	$i\ ,p\ ,s\ ,y\ ,p_t\ \ s_t$
Exógenas:	$i^*, m\ ,p\ ,p_t\ \ s_t$ y_t	$i^*, m\ ,y_t\ \ p_t\ \ s_t\ \ s_t$
Parámetros:	$\ell, \delta\ \ \phi$	$\ell, \delta\ \ \phi$

Fuente: Elaboración propia

El nivel de la producción y_t aparece como variable endógena en el corto y largo plazo. La cuestión ahora es: ¿ante un incremento inesperado de la oferta monetaria emerge necesariamente una sobrerreacción cambiaria? La respuesta algebraica requiere de la manipulación de las ecuaciones (3.4) y (3.5) en un formato matricial.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\ell & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_t + \delta[(s_t - \bar{s}_t) - (p_t - \bar{p}_t)] \\ m_t - p_t \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

Si resolvemos la ecuación matricial anterior para y_t y i_t tenemos:[24]

21 El parámetro δ es la elasticidad de la demanda agregada al tipo de cambio real. Este parámetro por supuesto tiene que ver con la condición Marshall-Lerner. Se mostrará más adelante que el espacio de este parámetro es trascendental para el efecto desbordamiento.

22 La formulación de la curva de Phillips con expectativas aumentadas es la siguiente:

$$\dot{p}_t = \beta \dot{p}_t^e + \phi(y_t - \bar{y}_t), \qquad \beta \in (0,1)$$

Si las expectativas de inflación se forman bajo previsión perfecta, entonces , por lo que la nueva curva de Phillips sería:

$$\dot{p}_t = \lambda(y_t - \bar{y}_t)$$

donde, $\lambda \equiv \frac{\phi}{1-\beta}$. En consecuencia, bajo la estabilidad del estado estacionario, si β = 1, entonces el modelo implicaría que la tasa natural de producto es la situación permanente de la economía. En tal caso, no podríamos analizar qué sucede si el producto responde a la demanda agregada.

23 Si ϕ ⟶ ∞ entonces decimos que los precios de los bienes son perfectamente flexibles, pero si ϕ ⟶ 0, entonces los precios estarían fijos. Por lo tanto, si ϕ > 0 entonces los precios se ajustan lentamente. Dicho en otros términos, el precio de los bienes se caracteriza por una rigidez nominal.

24 En el cálculo de , hacemos uso del resultado: $\bar{p}_t = m_t - \bar{y}_t + \ell i_t^*$.

$$i_t = \frac{1}{\ell}\begin{vmatrix} \bar{y}_t + \delta[(s_t - \bar{s}_t) - (p_t - \bar{p}_t)] & 1 \\ m_t - p_t & 1 \end{vmatrix}$$
$$= \frac{1}{\ell}[\delta(s_t - \bar{s}_t) + (1-\delta)(p_t - \bar{p}_t)] \tag{3.8}$$

$$y_t = \frac{1}{\ell}\begin{vmatrix} 0 & \bar{y}_t + \delta[(s_t - \bar{s}_t) - (p_t - \bar{p}_t)] \\ -\ell & m_t - p_t \end{vmatrix} = \bar{y}_t + \delta[(s_t - \bar{s}_t) - (p_t - \bar{p}_t)] \tag{3.9}$$

Una vez incorporado (3.8) en (3.2) y (3.9) en (3.6), después de ciertas manipulaciones arribamos al siguiente sistema dinámico:

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_t \\ \dot{s}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\phi\delta & \phi\delta \\ \frac{1-\delta}{\ell} & \frac{\delta}{\ell} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_t \\ s_t \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \phi\delta(\bar{s}_t - \bar{p}_t) \\ \frac{1}{\ell}[\delta\bar{s}_t + (1-\delta)\bar{p}_t] \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

La solución particular de este sistema se obtiene imponiendo la condición $\dot{x}_t = 0$. Lo anterior implica

$$\begin{bmatrix} -\phi\delta & \phi\delta \\ \frac{1-\delta}{\ell} & \frac{\delta}{\ell} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_t \\ s_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi\delta(\bar{s}_t - \bar{p}_t) \\ \frac{1}{\ell}[\delta\bar{s}_t + (1-\delta)\bar{p}_t] \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

Si resolvemos para p_t y s_t llegamos a sus valores estacionarios.

$$p_t = -\frac{\phi\delta}{\ell}\begin{vmatrix} \phi\delta(\bar{s}_t - \bar{p}_t) & \phi\delta \\ \frac{1}{\ell}[\delta\bar{s}_t + (1-\delta)\bar{p}_t] & \frac{\delta}{\ell} \end{vmatrix} = \bar{p}_t \tag{3.12}$$

$$s_t = -\frac{\phi\delta}{\ell}\begin{vmatrix} \phi - \phi\delta & \phi\delta(\bar{s}_t - \bar{p}_t) \\ \frac{1-\delta}{\ell} & \frac{1}{\ell}[\delta\bar{s}_t + (1-\delta)\bar{p}_t] \end{vmatrix} = \bar{s}_t \tag{3.13}$$

Además, las ecuaciones (3.2) y (3.6) junto con la condición $\dot{p}_t = \dot{s}_t = \dot{s}_t^e = 0$ dan lugar a un resultado conocido.[25]

$$i_t = i_t^* \tag{3.14}$$

$$y_t = \bar{y}_t \tag{3.15}$$

Es decir, si los agentes aciertan en sus expectativas, y el producto natural está fijo, entonces cambios en la cantidad de dinero, sólo tienen efectos monetarios, pero no reales.

$$\frac{dp_t}{dm_t} = \frac{d\bar{p}_t}{dm_t} = \frac{ds_t}{dm_t} = \frac{d\bar{s}_t}{dm_t} = 1$$

Por lo tanto, el estado estacionario del ‘modelo MF dinámico extendido’ tiene las mismas propiedades del ‘modelo MF dinámico básico’, (*i*) la dicotomía entre los sectores real y monetario, y (*ii*) la neutralidad del dinero.

25 Al insertar (3.14) y (3.15) en la ecuación (3.5) alcanzamos $p_t = m_t - \bar{y}_t + \ell i_t^*$. Note que esta ecuación es equivalente a $\bar{p}_t = m_t - \bar{y}_t + \ell i_t^*$. Esto es, en el largo plazo, p_t y $\bar{p}_t$ coinciden.

Ahora volvamos a sistema de ecuaciones diferenciales para averiguar si el sistema es estable o no. La función complementaria es: $\dot{\boldsymbol{x}}_t = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_t$ y la estabilidad del sistema depende de los valores propios de la matriz $\boldsymbol{A}$ asociada al vector x_t.

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}[Tr(\boldsymbol{A}) - \sqrt{Tr^2(\boldsymbol{A}) - 4|\boldsymbol{A}|}] < 0$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2}[Tr(\boldsymbol{A}) + \sqrt{Tr^2(\boldsymbol{A}) - 4|\boldsymbol{A}|}] > 0$$

donde, $Tr(\boldsymbol{A}) = \frac{\delta(1-\phi\ell)}{\ell}$ y $|\boldsymbol{A}| = -\frac{\phi\delta}{\ell}$. Los valores propios están contenidos en el conjunto de los números $\mathbb{R}$, pero de signos opuestos. Por lo tanto, tenemos un **punto de silla**. Si eliminamos el valor inestable, entonces la solución general del sistema es:

$$p_t = \bar{p}_t + K_1 e^{\lambda_1 t} \tag{3.16}$$

$$s_t = \bar{s}_t + L_1 e^{\lambda_1 t} \tag{3.17}$$

donde, $K_1 = p_0 - \bar{p}_t$ y $L_1 = s_0 - \bar{s}_t$. De esta manera, en valor absoluto, el valor propio estable es:

$$\tilde{\theta} = -\lambda_1 = -\frac{1}{2\ell}\left\{\delta(1-\phi\ell) - \sqrt{[\delta(1-\phi\ell)]^2 + 4\phi\delta\ell}\right\} > 0$$

Ahora calculamos la derivada de la ecuación (3.17), después multiplicamos ambos lados por su raíz estable, entonces deducimos la siguiente ecuación auxiliar:

$$\dot{s}_t = \tilde{\theta}(\bar{s}_t - s_t) \tag{3.18}$$

En este punto conviene seguir los mismos pasos de la sección anterior. Es decir, incorporamos esta última ecuación auxiliar a las ecuaciones iniciales del modelo económico. En particular, después de sustituir (3.2) en (3.5), combinando dicho resultado precisamente con la ecuación (3.18), arribamos a una ecuación de dos incógnitas s_t y y_t.

$$\ell\tilde{\theta}s_t + y_t = m_t - p_t + \ell(i_t^* + \tilde{\theta}\bar{s}_t) \tag{3.19}$$

Por otro lado, al reescribir la ecuación (3.4), tenemos otra ecuación con las mismas dos incógnitas s_t y y_t.

$$\delta s_t + y_t = \delta[\bar{s}_t + (p_t - \bar{p}_t)] + \bar{y}_t \tag{3.4}$$

Ahora bien, a partir de las ecuaciones (3.4) y (3.19) formulamos una ecuación matricial en términos de diferenciales de las endógenas involucradas, además de las exógenas implicadas por la expansión monetaria.

$$\begin{bmatrix} \ell\theta & 1 \\ -\delta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ds_t \\ dy_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dm_t + \ell\theta d\bar{s}_t \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.20}$$

En el supuesto $dm_t = d\bar{s}_t$, obtenemos

$$\frac{dy_t}{dm_t} = \frac{1}{\delta + \ell\tilde{\theta}} \begin{vmatrix} \ell\theta & 1 + \ell\theta \\ -\delta & 0 \end{vmatrix} = \frac{\delta(1 + \ell\tilde{\theta})}{\delta + \ell\tilde{\theta}} = 1 - \frac{\ell\tilde{\theta}(1 - \delta)}{\delta + \ell\tilde{\theta}} < 1 \tag{3.21}$$

Si $\delta \in (0,1)$, una expansión monetaria entonces induce un incremento menos que proporcional en la producción real.

Por otro lado, calculamos el efecto de la expansión monetaria en el tipo de cambio nominal.

$$\frac{ds_t}{dm_t} = \frac{1}{\delta + \ell\tilde{\theta}} \begin{vmatrix} 1 + \ell\tilde{\theta} & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1 + \ell\tilde{\theta}}{\delta + \ell\tilde{\theta}} = 1 + \frac{1 - \delta}{\delta + \ell\tilde{\theta}} > 1 \tag{3.22}$$

Si $\delta \in (0,1)$, el tipo de cambio nominal sobrerreacciona, en presencia de una expansión monetaria. En particular, el tipo de cambio nominal es más volátil mientras menor es ℓ (la sensibilidad de la demanda de dinero a la tasa de interés), o bien, el tipo de cambio es más sensible, cuanto menor sea δ (el parámetro conectado a la condición Marshall-Lerner).

Por lo tanto, en el 'modelo MF dinámico extendido', donde el producto real reacciona a la demanda agregada, la proposición de sobrerreacción cambiaria es verdadera, aunque ello depende de que el parámetro δ esté el rango unitario.[26] Si todo parece descansar en el valor del parámetro δ, sería una negligencia no prestarle demasiada atención. Dornbusch (1976) más bien argumentó que los aspectos dinámicos de la determinación del tipo de cambio nominal surgen del supuesto que de los mercados de activos se ajustan más deprisa que los mercados de bienes. Este es el asunto que nos abocaremos a analizar en la siguiente sección.

4. El 'modelo MF dinámico extendido' y la imperfecta movilidad de capitales

En secciones anteriores hemos estudiado dos modelos en donde el ajuste de los mercados de activos es mucho más deprisa que el de los mercados de bienes. Pero, ¿cómo se mide cuantitativamente el ajuste del mercado de capitales? La velocidad de ajuste en los mercados de capitales se mide por el grado de movilidad de capitales. Por tanto, si hay imperfecta movilidad de capitales, ¿es posible que el tipo de cambio esté libre de un desbordamiento? Siguiendo a

26 Si $\delta > 1$, el tipo de cambio podría exhibir una subrreacción frente a una expansión monetaria, tal como sostiene Dornbusch. Sin embargo, no necesariamente la profesión apoya el caso $\delta \in (0,1)$, ni tampoco niega que pudiera darse $\delta > 1$. Es decir, esta es una cuestión que está sujeto a la evidencia empírica.

Frenkel-Rodriguez (1983) incorporamos este factor al `modelo MF dinámico extendido' para que mostrar que el grado de movilidad de capitales es un factor determinante en la dinámica del tipo de cambio.

El `modelo MF dinámico extendido' con imperfecta movilidad de capitales se representa con algunas modificaciones al modelo. Las ecuaciones de tal modelo son idénticas, excepto que la ecuación de paridad descubierta de tasas de interés es ocupada por una condición de equilibrio de la balanza de pagos, tal como se ilustra a continuación.

$$\bar{p}_t = \bar{s}_t \tag{4.1}$$

$$\delta[(s_t - \bar{s}_t) - (p_t - \bar{p}_t)] = \beta[i_t - i_t^* - \dot{s}_t^e], \qquad \beta > 0, \delta \in (0,1) \tag{4.2}$$

$$\dot{s}_t^e = \dot{s}_t \tag{4.3}$$

$$y_t - \bar{y}_t = \delta[(s_t - \bar{s}_t) - (p_t - \bar{p}_t)], \qquad \delta \in (0,1) \tag{4.4}$$

$$m_t - p_t = y_t - \ell i_t, \qquad \ell > 0 \tag{4.5}$$

$$\dot{p}_t = \phi(y_t - \bar{y}_t), \qquad \phi > 0 \tag{4.6}$$

La balanza de pagos es la suma de la cuenta corriente y la cuenta financiera. En la ecuación (4.2) tenemos la igualdad entre las dos cuentas relacionadas. La balanza comercial es proporcional al tipo de cambio de real. Similarmente, la cuenta financiera también es proporcional a la paridad de tasas de intereses.[27] La perfecta movilidad de capitales implica la existencia de un arbitraje perfecto, los inversionistas desplazan sus portafolios para asegurar el cumplimiento de la paridad de tasas de interés. En este caso, es suficiente que el modelo macroeconómico contemple la ecuación de paridad descubierta de tasas de interés. Por otro lado, si prevalece la imperfecta movilidad de capitales, entonces es necesario incorporar en el modelo macroeconómico la condición de equilibrio de la balanza de pagos. Esto es lo que precisamente hacemos con la ecuación (4.2) al considerar la imperfecta movilidad de capitales.

Una respuesta algebraica al problema planteado se facilita con las así denominadas 'dos ecuaciones fundamentales' del modelo. La 'primera ecuación fundamental' resulta de sustituir la ecuación de demanda agregada (4.4) en la curva de Phillips (4.6) e imponer la condición $\dot{p}_t = 0$.

$$s_t - \bar{s}_t = p_t - \bar{p}_t \tag{4.7}$$

27 El parámetro β mide el grado de movilidad de capitales. Si β⟶∞ entonces hay perfecta movilidad de capitales. En este caso, la entrada y salida de capitales garantiza que en todo momento se satisfaga la paridad de tasas de intereses. En cambio, si β⟶∞, no hay flujos de capital a la economía nacional. Por tanto, si β > 0 decimos que hay imperfecta movilidad de capitales.

La 'segunda ecuación fundamental' emana de postular agentes con previsión perfecta, tal que exista una raíz $\hat{\theta}$ estable para la trayectoria temporal del tipo de cambio.

$$\dot{s}_t = \dot{s}_t^e = \hat{\theta}(\bar{s}_t - s_t) \tag{4.8}$$

donde $\hat{\theta}$ es función de los parámetros primitivos del modelo.

Al sustituir (4.8) en (4.2) llegamos a la siguiente ecuación:

$$\delta[(s_t - \bar{s}_t) - (p_t - \bar{p}_t)] + \beta[i_t - i_t^* + \hat{\theta}(s_t - \bar{s}_t)] = 0 \tag{4.9}$$

Sabemos que la tasa de interés i_t depende de las condiciones monetarias domésticas, por lo tanto, conviene sustituir (4.4) en la ecuación (4.9) para arribar a la siguiente expresión:

$$\delta[(s_t - \bar{s}_t) - (p_t - \bar{p}_t)] + \frac{\beta}{\ell}[y_t - m_t + p_t - \ell i_t^* + \ell\hat{\theta}(s_t - \bar{s}_t)] = 0 \tag{4.10}$$

Recordemos que el nivel de precios del estado estacionario responde a la siguiente ecuación:

$$\bar{p}_t = m_t - \bar{y}_t + \ell i_t^* \tag{4.11}$$

Al sustituir (4.11) en (4.10) arribamos a:

$$\delta[(s_t - \bar{s}_t) - (p_t - \bar{p}_t)] + \frac{\beta}{\ell}[(y_t - \bar{y}_t) + (p_t - \bar{p}_t) + \hat{\ell\theta}(s_t - \bar{s}_t)] = 0 \tag{4.12}$$

Para simplificar todavía, es conveniente que la demanda agregada (4.4) se incorpore en la ecuación (4.12). Al hacer esto último y después de algunas manipulaciones algebraicas arribamos a la `segunda ecuación fundamental' del modelo.

$$\left[\delta\left(1 - \frac{\beta}{\ell}\right) + \beta\theta\right](s_t - \bar{s}_t) + \left[\frac{\beta}{\ell} - \delta\left(1 + \frac{\beta}{\ell}\right)\right](p_t - \bar{p}_t) = 0 \tag{4.13}$$

Podemos graficar las ecuaciones (4.7) y (4.13), tal como se hace en la figura 3. La 'curva $\dot{p}_t = 0$' es semejante a la segunda sección de este documento y representa el equilibrio del mercado de bienes. Su pendiente es positiva e igual a la unidad. En cambio, la curva *BP* representa el equilibrio de la balanza de pagos. La pendiente de la curva *BP* está indeterminada para cualquier $\beta>0$:[28]

28 Si $\beta \longrightarrow \infty$, la pendiente de la curva se reduce a:

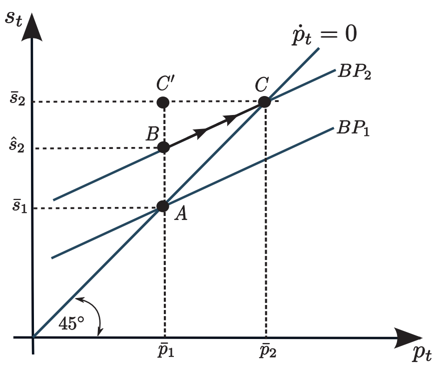
$$\left.\frac{ds_t}{dp_s}\right|_{BP} = -\frac{\frac{1}{\ell}(1-\delta)}{\hat{}\theta + \frac{\delta}{\ell}} = -\frac{(1-\delta)}{\delta + \ell\hat{\theta}} < 0$$

En este caso, la curva *BP* es descendente, y prácticamente se reduce al mercado monetario en el cumplimiento de la paridad descubierta de tasas de interés.

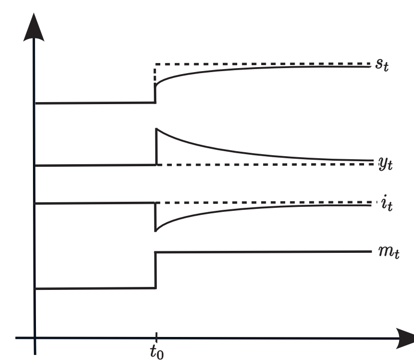
Figura 3

Los agentes descuentan incrementos futuros en los precios y el tipo de cambio cuando el banco central incrementa la cantidad de dinero.

$$\left.\frac{ds_t}{dp_s}\right|_{BP} = -\frac{\frac{\beta}{\ell} - \delta\left(1+\frac{\beta}{\ell}\right)}{\delta\left(1+\frac{\beta}{\ell}\right)+\beta\hat{\theta}} = -\frac{\frac{1}{\ell} - \delta\left(\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\ell}\right)}{\hat{\theta}+\delta\left(\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\ell}\right)}$$



(a) La subrerreación del tipo de cambio nominal se mide por la distancia entre los puntos A y B.



(b) Efectos de una expansión monetaria en el tiempo sobre algunas variables seleccionadas.

En particular, en el panel izquierdo de la figura 3 se traza para esta curva con pendiente positiva, pero inferior a la unidad. En el caso de una expansión monetaria, esta curva cambia de BP_1 a BP_2. La economía pasa de A al punto B, y después, a medida que aumentan los precios, la economía transita de B al punto C. Este es el caso de una subrreacción en el tipo de cambio frente a una expansión monetaria. A corto plazo, el tipo de cambio aumenta, pero en menor proporción de su valor estacionario. La distancia A - C' y es mayor a la distancia entre A - B. El primero es el incremento del tipo de cambio en línea con la PPA y el segundo es el incremento en tipo de cambio a corto plazo.

La aseveración anterior está cimentada en los cálculos algebraicos. Obsérvese que la ecuación (4.13) es una forma reducida a corto plazo (porque p_t es rígido) contiene una sola variable endógena, el resto son variables exógenas y parámetros. La única incógnita es el tipo de cambio nominal. En el supuesto de que $dm_t = d\bar{p}_t = d\bar{s}_t$, por el teorema de la función implícita, calculamos la siguiente derivada:

$$\frac{ds_t}{dm_t} = \frac{\beta\,(\hat{\theta}+\frac{1}{\ell})}{\beta\,(\frac{\delta}{\ell}+\hat{\theta})+\delta}$$

$$= \frac{\hat{\theta}+\frac{1}{\ell}}{\hat{\theta}+\delta\,(\frac{1}{\ell}+\frac{1}{\beta})}$$

$$= 1+\frac{\frac{1}{\beta}+(1-\delta)\frac{1}{\ell}}{\hat{\theta}+\delta\,(\frac{1}{\ell}+\frac{1}{\beta})}$$

Si $\beta \longrightarrow \infty$, la ecuación anterior se reduce a (3.22). Esto es, bajo perfecta movilidad de capitales, si $\delta \in (0,1)$, el tipo de cambio nominal reacciona excesivamente a una expansión monetaria. En cambio, bajo imperfecta movilidad de capitales, el multiplicador de impacto (4.14) no garantiza la sobrerreacción, por el contrario, podría darse más bien una subrreacción cambiaria.

En el panel derecho de la figura 3 dibujamos las trayectorias temporales de variables seleccionadas después de que en el instante t_0 se da un incremento inesperado en la cantidad de dinero. Es incuestionable la disminución de la tasa de interés, afectando inmediatamente al tipo de cambio nominal. A pesar de ello, el tipo de cambio subrreacciona a la expansión monetaria debido a que los mercados de capitales no se ajustan con la suficiente rapidez como cuando hay perfecta movilidad de capitales. El aumento exiguo en el tipo de cambio empero es suficiente para estimular la demanda agregada y el producto real. Con todo, a medida que transcurre el tiempo, estas variables toman su cauce de largo plazo.

Conclusión

La hipótesis de sobrerreacción de Dornbusch (1976) es una herramienta central para el análisis de la política económica. Siguiendo a Tu-Feng (2009) no es solo un marco para considerar la política monetaria internacional, sino también un dispositivo para entender la dinámica de los tipos de cambio. Este marco macroeconómico le permitió a Dornbusch estudiar los movimientos en los tipos de cambio nominal con un doble propósito: explicar las grandes fluctuaciones observadas en los datos sobre los tipos de cambio; y mostrar que estos movimientos son consistentes con la formación de expectativas por parte de los agentes económicos. Esencialmente son tres relaciones las que constituyen el núcleo de su análisis dinámico: la paridad descubierta de tasas de interés; la condición de equilibrio del mercado de activos; y la condición de equilibrio del mercado de bienes. Dornbusch desarrolló un modelo MF dinámico en tiempo continuo con previsión perfecta para la tasa instantánea de depreciación futura de una economía pequeña integrada a los mercados financieros internacionales. Siguiendo a Rogoff (2002a), el argumento central de Dornbusch es que el tipo de cambio nominal sirve de amortiguador de la política monetaria si la reacción de los precios de los bienes es lenta. Por tanto, un aumento modesto de la oferta de dinero se corresponde a una reacción excesiva en el tipo de cambio, aunque este encarecimiento desmedido se disipa al converger a su valor PPA. Es decir, la característica más importante del modelo de Dornbusch es que el precio en el mercado de bienes es determinado en un mercado de precios rígidos, por lo que éste cambia lentamente en respuesta a disturbios monetarios. Por el contrario, el tipo de cambio nominal está determinado en un mercado de precios flexibles y puede apreciarse o depreciarse inmediatamente en respuesta a cualquier disturbio monetario. Por este motivo, el tipo de cambio experimenta fluctuaciones prolongadas que no corresponden con las predicciones de la teoría de PPA.

Más particularmente, la idea de la sobrerreacción es sencilla: si la oferta de dinero aumenta, pero el nivel de precios está temporalmente fijo, entonces se produce un incremento en la oferta de saldos reales. El equilibrio requiere de un aumento de la demanda de saldos reales. Si el producto no puede cambiar, entonces la tasa de interés doméstica cae. La paridad descubierta de tasas de interés es congruente con esta caída de la tasa de interés siempre que ocurra una expectativa de apreciación futura de la moneda nacional. Lo anterior es posible si la depreciación inicial es más grande que su depreciación de largo plazo. Este exceso de depreciación inicial deja el espacio para una apreciación necesaria para equilibrar los mercados de activos.

Por lo tanto, la originalidad del trabajo de Dornbusch descansa en su exploración de las consecuencias de la siguiente observación: mientras el mercado de bienes se ajusta lentamente, los mercados financieros parecen ajustarse más rápidamente, o virtualmente de manera instantánea. La consecuencia de esta característica es que, frente a los disturbios, los mercados financieros reaccionan más rápidamente para compensar la rigidez de precios de los mercados de bienes.

La genialidad de Dornbusch es haber concebido un híbrido de los modelos de precios flexibles y precios rígidos. Su reflexión se ajusta a la tradición keynesiana en el corto plazo, pero su análisis tiene las características de un modelo monetarista de largo plazo. Por otro lado, su destreza y sensibilidad se plasma cuando de manera ingeniosa incorpora la ecuación de expectativas regresivas directamente a las entrañas de la manipulación algebraica del modelo MF, permitiendo así ganar intuición en el análisis de los efectos de la perturbación monetaria.

Siguiendo a Gray-Turnovksy (1979), el modelo de Dornbusch exhibe una ‘trayectoria de silla al filo de una cuchila’. En la práctica esto equivale a concebir de alguna manera una solución general del sistema dinámico estable al eliminar la raíz inestable del sistema. De esta manera, por suposición el sistema siempre se encuentra en la trayectoria estable, aun cuando ocurriese un salto provocado por alguna variable exógena.

La revaloración algebraica en el presente artículo por tanto se resume en las siguientes proposiciones:

a. La perfecta movilidad de capitales y flexibilidad completa en el tipo de cambio es un reflejo de que los mercados de activos financieros se ajustan más rápidamente que los mercados de bienes.
b. Bajo la premisa (a), el tipo de cambio nominal fluctúa excesivamente independientemente de si el producto está fijo (en el nivel de pleno empleo), o el producto real responde a la demanda agregada. Esta es la hipótesis de sobrerreacción.

c. El resultado (b) descansa en el supuesto que el público descuenta cualquier depreciación futura que resulte de una relajación de la política monetaria. Este comportamiento es una implicación de agentes con previsión perfecta.
d. El resultado (b) no es una característica innata de los mercados cambiarios, también depende de otros supuestos más específicos. Por ejemplo, si la elasticidad de la demanda de dinero es infinita, la dinámica del tipo de cambio a corto plazo coincide con la dinámica a largo plazo. Igualmente, si la demanda agregada es elástica al tipo de cambio real, el efecto desbordamiento sobre el tipo de cambio se escurrirá, para dar lugar más bien a una subrreacción cambiaria.
e. Los distintos coeficientes θ, $\tilde{\theta}$ y $\hat{\theta}$, y miden la velocidad de ajuste de las expectativas y dependen de una combinación particular de parámetros subyacentes al modelo. En todos los casos, estos coeficientes son las raíces estables para que el sistema dinámico converja a su estado estacionario. En este sentido, el esquema de expectativas regresivas es consistente con la hipótesis de previsión perfecta.
f. Dados los anteriores precedentes, la sobrerreacción se explica esencialmente porque los mercados de activos se ajustan con suficiente rapidez en relación con los mercados de bienes, los cuales tardan más tiempo en ajustarse. Dicho de otra manera, el factor principal para determinar si el tipo de cambio sobrerreacciona respecto a su valor de equilibrio es la velocidad de ajuste en los mercados de activos financieros de los mercados de bienes.

La hipótesis de sobrerreacción de Dornbusch ha estado al frente del análisis de la política monetaria internacional por más de cuarenta años, sin embargo, experimentó ataques severos desde el punto de vista teórico y empírico. La evaluación crítica es que podría darse más bien una subrreacción bajo determinadas circunstancias. Por otro lado, la evidencia empírica bajo diferentes métodos estadísticos no apoya necesariamente las conclusiones del modelo de Dornbusch. Sin embargo, la preocupación respecto de este último asunto es tenue dado que teóricamente cabe la posibilidad de encontrar resultados ambivalentes, por lo que dependerá de los datos de cada economía y períodos particulares donde el instrumento de conducción de la política monetaria sea algún agregado monetario.

Bibliografía

Argandoña, A., Gámez, C., Mochón, F. (1996). *Macroeconomía Avanzada I: Modelos dinámicos y teoría de la política económica*. Madrid, España: MacGraw Hill Interamericana.

Coopeland, L. (2005). *Exchange rates and international finance*. Essex, England: Pearson Education Limited.

Dornbusch, R. (1976). Expectations and Exchange Rate Dynamics. *Journal of Political Economy*, Vol. 84, Num. 6, pp. 1161-1176

Frenkel, J. & Rodriguez, C. (1982). Exchange Rate Dynamics and the Overshooting Hypothesis. *Staff Papers (International Monetary Fund)*, Vol. 29, Num. 1, pp. 1-30

Murshed, S.M. (1997). *Macroeconomics for open economies*. London, England: The Dryden Press

Gray, M.R. & Turnovsky, S. (1979). The stability of exchange rate dynamics under perfect myopic foresight. *International Economic Rev*iew, Vol. 20, Num. 3, pp. 643-660

Mark, N. (2001). *International macroeconomics and finance: theory and econometric methods*. Massachusetts, USA: Blackwell Publisher Inc.

Niehans, J. (2018). Overshooting. *The New Palgrave Dictionary of Economics*, Palgrave Macmillan UK, London, pp. 9977-9980

Obstfeld, M. \& Rogoff, K. (1996). *Foundations of international macroeconomics*. Cambridge, USA: MIT.

Rogoff, R. (2002a). Dornbusch's Overshooting Model After Twenty-Five Years. Working Paper, 02/39, IMF pp. 1-40

Rogoff, K. (2002b) ¿Por qué tanta inestabilidad cambiaria en el G–3? *Finanzas y Desarrollo (Fondo Monetario Internacional)*, junio, pp. 56--57

Romer, D. (2006). *Macroeconomía Avanzada*. Madrid, España: MacGraw Hill Interamericana.

Tu, W. & Feng, J. (2009). An Overview Study on Dornbusch Overshooting Hypothesis. *International Journal of Economic and Finance*, Vol. 1, Num. 1, pp. 110-116