

Eficiencia de la dimensión educación del IDH en Michoacán, 1990-2020: un análisis de regresión espacial

Efficiency of the education dimension of the HDI in Michoacán, 1990-2020: a spatial regression analysis

Francisco Javier Ayvar Campos ^{a*}
Víctor Manuel Giménez García ^b
José César Lenin Navarro Chávez ^c

Resumen

El estado de Michoacán enfrenta el reto de un bajo nivel de desarrollo humano y significativas desigualdades que aumentan las disparidades educativas entre sus municipios. Esta investigación tiene como objetivo evaluar la eficiencia de los municipios en la generación de bienestar educativo durante el período 1990-2020 y determinar la influencia de los factores espaciales en este proceso. Para ello, basándose en los conceptos de desarrollo humano, eficiencia y dependencia espacial, se diseñó un modelo DEA con *bad outputs*, se calculó el Índice Malmquist-Luenberger, y se estableció un modelo de regresión espacial. Los resultados revelan que solo seis municipios fueron eficientes en el uso de recursos, que hubo un incremento en la productividad municipal y estatal, y que los factores espaciales influyeron en la eficiencia para generar bienestar educativo. Con base en estos hallazgos, se recomienda aumentar la inversión educativa, distribuir equitativamente los recursos, fomentar la colaboración entre los municipios, implementar políticas que consideren factores espaciales y monitorear los avances para asegurar mejoras sostenibles en el bienestar educativo de los municipios.

Palabras clave: Educación, Municipios, Michoacán, DEA, Econometría Espacial.

Clasificación JEL: C01, C61, I21

^a Profesor-investigador del Instituto de Investigaciones Económicas y Empresariales de la UMSNH.

Correo electrónico: francisco.ayvar@umich.mx ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7342-4451>

^b Profesor-investigador. Universidad Autónoma de Barcelona, España.

Correo-e: victor.gimenez@uab.cat ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5792-0735>

^c Profesor-investigador del Instituto de Investigaciones Económicas y Empresariales de la UMSNH.

Correo-e: cesar.navarro@umich.mx ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4465-8117>

* Autor de correspondencia

Abstract

The state of Michoacán faces the challenge of a low level of human development and significant inequalities that exacerbate educational disparities among its municipalities. This research aims to evaluate the efficiency of municipalities in generating educational well-being during the period 1990-2020 and to determine the influence of spatial factors on this process. To achieve this, based on the concepts of human development, efficiency, and spatial dependence, a DEA model with bad outputs was designed, the Malmquist-Luenberger Index was calculated, and a spatial regression model was established. The results reveal that only six municipalities were efficient in resource utilization, there was an increase in municipal and state productivity, and spatial factors influenced the efficiency in generating educational well-being. Based on these findings, it is recommended to increase educational investment, equitably distribute resources, promote collaboration among municipalities, implement policies that consider spatial factors, and monitor progress to ensure sustainable improvements in educational well-being across municipalities.

Keywords: Education, Municipalities, Michoacán, DEA, Spatial Econometrics.

JEL code: C01, C61, I21

Introducción

Michoacán enfrenta retos significativos en términos del Índice de Desarrollo Humano (IDH), el Índice de Educación del IDH y la educación en general. Aunque el IDH del estado creció un 5.6% entre 1990 y 2020, este progreso es insuficiente, ubicando a Michoacán en la posición 27 a nivel nacional. Existen grandes desigualdades regionales, con municipios como Morelia y Uruapan mostrando altos niveles de desarrollo, mientras que otros como Tumbiscatío y Susupuato presentan niveles muy bajos. El Índice de Educación del IDH aumentó un 10.4%, pero persisten disparidades significativas entre los municipios, exacerbadas por altos niveles de analfabetismo y rezago educativo en algunas áreas. Además, aunque el gasto público en educación creció un 622.9%, la distribución de recursos sigue siendo desigual, afectando la infraestructura educativa, el número de docentes y la matriculación escolar (Banxico, 2024; CONEVAL, 2024; CONAPO, 2024; IINEGI, 2024a-i). Estos desafíos deben abordarse integralmente para mejorar el bienestar y el desarrollo social de la región.

En este contexto, la presente investigación tiene por objetivo evaluar la eficiencia de los municipios de Michoacán para generar bienestar educativo en el período 1990-2020 y determinar la influencia del espacio en este proceso.

Para alcanzar este objetivo, se parte de tres bases teóricas: el concepto de desarrollo humano del PNUD, que evalúa el bienestar mediante la salud, la educación y el ingreso; el Análisis Envoltante de Datos (DEA), que mide la eficiencia en el uso de recursos y utiliza el Índice Malmquist-Luenberger (IML) para analizar cambios en la productividad; y la econometría espacial, que estudia cómo la ubicación y las interacciones espaciales influyen en los procesos económicos y sociales, enfocándose en la heterogeneidad y la dependencia espacial para entender su impacto en el desarrollo humano y la eficiencia educativa (Anselin *et al.*, 2004; Cooper *et al.*, 2007; Hirai, 2017).

A partir de ello, se emplean tres instrumentos metodológicos. Se utiliza el DEA para evaluar la eficiencia en el uso de los recursos para generar bienestar educativo en los 113 municipios de Michoacán; considerando como *good output* la población alfabeta, como *bad output* la población con rezago educativo y como *inputs* el número de docentes y la cantidad de aulas disponibles. Se aplica el IML para medir cambios en la productividad a lo largo del tiempo, e identificar si fueron producto de cambios en la eficiencia o avances tecnológicos. Se emplea un modelo de regresión espacial, con una matriz de pesos espaciales tipo Queen de primer orden, para analizar como la proximidad a municipios con altos o bajos niveles de matriculación y gasto educativo incide en el uso eficiente de los recursos para generar bienestar educativo (Paelinck *et al.*, 2015; Reig & Picazo, 2003; Seiford & Zhu, 2002).

Se considera que la investigación contribuye a la literatura al combinar el DEA, el IML y la econometría espacial para evaluar la eficiencia educativa en los municipios de Michoacán, identificando la influencia de factores espaciales en ello. Así, se proporciona una comprensión más profunda de las dinámicas educativas en la entidad, y se apoya con los resultados a la formulación de políticas públicas más equitativas y eficaces.

El documento se integra por seis apartados. En el primero se presenta la introducción de la investigación. En el segundo se caracteriza las tendencias del desarrollo humano y la educación en la entidad y sus municipios. En el tercero se abordan los elementos teóricos del desarrollo humano, la eficiencia y la dependencia espacial. En el cuarto se detallan los aspectos teórico-metodológicos del DEA, el IML y la regresión espacial. En el quinto se analizan y discuten los resultados. Finalmente, se establecen las conclusiones y recomendaciones de la investigación.

1. El desarrollo humano y la educación en Michoacán.

1.1. Tendencias del desarrollo humano en Michoacán: Un análisis a nivel municipal.

El análisis del Índice de Desarrollo Humano y sus componentes en el estado de Michoacán y sus 113 municipios desde 1990 hasta 2020 revela tendencias importantes que permiten una comprensión integral del desarrollo y el bienestar social en estas regiones del país. En general, el IDH mostró un crecimiento del 5.6% al pasar de 0.663 en 1990 a 0.700 en el 2020. Aunque este avance es importante, sigue siendo insuficiente, ya que la entidad ocupa la posición 27 en el ranking nacional (véase cuadro 1A del Anexo).

A pesar de que la mayoría de los municipios experimentaron tasas de crecimiento positivas en el IDH durante el período 1990-2020, las variaciones individuales indican distintos ritmos de mejora. Entre los municipios con mayor IDH destacan Morelia, Lázaro Cárdenas, Uruapan, Sahuayo y Zacapu, mientras que los de menor IDH fueron Tumbiscatío, Susupuato, Tzitzio, Tiquicheo de Nicolás Romero y Tuzantla. Cabe señalar que la dimensión con mayor impacto en el IDH del estado y sus municipios fue la salud, seguida por la educación y el ingreso (Banxico, 2024; CONAPO, 2024; INEGI, 2024a-i; SEP, 2024).

1.2. Dinámica de los indicadores educativos en los municipios de Michoacán.

El desempeño de la dimensión educación del IDH está estrechamente relacionado con el desarrollo y bienestar de la sociedad, ya que las mejoras en la educación tienen un efecto multiplicador que beneficia otras dimensiones del IDH. Esto se refleja en la tendencia ascendente tanto del IDH como de su índice de educación (véase cuadros 1A y 2A del Anexo).

El índice de educación mostró un crecimiento del 10.4%, pasando de 0.608 en 1990 a 0.672 en 2020. Municipios como Morelia, Lázaro Cárdenas, Zacapu, Uruapan y Marcos Castellanos se destacan, mientras que Tumbiscatío, Charapan, Tiquicheo de Nicolás Romero, Susupuato y Turicato enfrentan bajos niveles en este índice. Este comportamiento está estrechamente vinculado con la dinámica de las principales variables educativas de la entidad y sus municipios (véase cuadro 2A del Anexo).

Los datos publicados por el Consejo Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social (CONEVAL) (2024), el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) (2024a-i), y la Secretaría de Educación Pública (SEP) (2024) revelan que el número de personas alfabetas en Michoacán creció un 60.2% durante el período de estudio, al pasar de 2.4 millones de personas en 1990 a 3.8 millones de personas en 2020. Los municipios con mayores niveles de alfabetismo fueron Morelia, Uruapan, Zamora, Lázaro Cárdenas y Zitácuaro, en cambio Aporo, Zináparo, Lagunillas, Chinicuila y Chucándiro presentaron altos niveles de analfabetismo. Paralelamente, el rezago educativo disminuyó 26.5%, con Morelia, Uruapan, Zamora, Apatzingán e Hidalgo enfrentando los mayores rezagos; y, Aporo, Zináparo, Churintzio, Chucándiro y Lagunillas mostrando los avances más significativos al respecto.

Las fluctuaciones en estas variables se relacionan con las tendencias del gasto público en educación, la cantidad de escuelas, aulas y docentes, y la matriculación escolar. El gasto público en educación se incrementó 622.9% de 1990 a 2020, con municipios como Morelia, Uruapan, Zitácuaro, Lázaro Cárdenas e Hidalgo liderando en inversión educativa, a diferencia de Briseñas, Aporo, Lagunillas, Zináparo y Chavinda que poseen los niveles más bajos de gasto público en educación (INEGI, 2024a, b, f, h; SEP, 2024).

El número de escuelas tuvo un crecimiento del 20.5%, destacando Lázaro Cárdenas, Tzitzio, Ziracuaretiro, Gabriel Zamora y Marcos Castellanos como los municipios con mayor aumento, en cambio Arteaga, Apatzingán, Jungapeo, Zamora y Charo enfrentan desafíos. De manera similar, la cantidad de aulas se amplió 41.1%, con municipios como Morelia, Uruapan, Zitácuaro, Hidalgo y Lázaro Cárdenas mostrando avances considerables, por el contrario Briseñas, Aporo, Lagunillas, Zináparo y Chavinda encaran desafíos en términos de infraestructura educativa. La cifra de docentes disponibles se expandió 72.9%, reflejando un aumento continuo en el personal educativo. Morelia, Uruapan, Lázaro Cárdenas, Zamora y Zitácuaro fueron los municipios con mayor cantidad de docentes, mientras que Zináparo, Aporo, Lagunillas, Churintzio y Chucándiro presentaron la situación opuesta (INEGI, 2024a, b, f, h, j; SEP, 2024).

La matriculación escolar se elevó un 24.5%, alcanzando en 2020 más de 1.1 millones de personas inscritas en los tres niveles educativos (primaria, secundaria y preparatoria). Morelia, Uruapan, Lázaro Cárdenas, Zamora y Zitácuaro lideran la entidad en asistencia escolar, a diferencia de Zináparo, Aporo, Lagunillas, Churintzio y Chucándiro requieren mejoras significativas para acrecentar la matriculación (INEGI, 2024a, b, f, h; SEP, 2024). Como se puede apreciar, la educación en el estado de Michoacán y sus municipios enfrenta significativas desigualdades, con una inversión insuficiente y una distribución inequitativa de los recursos, que impacta en los indicadores educativos y el bienestar de la sociedad (Arriaga & Gómez, 2019; Favila & Hernández, 2019; Secretaría de Educación en Michoacán, 2023a-b).

2. Aspectos teóricos del desarrollo humano, el análisis envolvente de datos y la econometría espacial

2.1. Perspectivas teóricas del desarrollo humano en el marco de su historia, críticas y evolución.

El concepto de desarrollo inicialmente se centró en el crecimiento económico, donde el progreso se medía principalmente por el aumento del PIB y la industrialización, con la creencia de que esto mejoraría las condiciones de vida de la población. Sin embargo, surgieron críticas que señalaban que el crecimiento económico no necesariamente aumentaba el bienestar o reducía la pobreza. El desarrollo humano, en cambio, es un proceso integral enfocado en ampliar las oportunidades y capacidades de las personas, permitiéndoles llevar la vida que valoran. De esta forma, este enfoque va más allá del crecimiento económico y se centra en aspectos esenciales de la vida humana, como la salud, la educación y el ingreso. La creación del Índice de Desarrollo Humano (IDH) y los informes sobre desarrollo humano del PNUD institucionalizaron el concepto, influyendo así en las políticas globales (Escosura, 2010; Hirai, 2017; McNeill, 2007; Palencia et al., 2011; Streeten, 1994; Stapleton & Garrod, 2007).

El IDH evalúa el bienestar y desarrollo humano a través de tres dimensiones: a) longevidad (esperanza de vida al nacer), b) conocimiento (alfabetismo y matriculación), y c) nivel de vida digno (PIB per cápita). Estas dimensiones se agrupan en un índice compuesto que ofrece una visión holística del desarrollo y bienestar humano. Cada dimensión se normaliza en una escala de 0 a 1, y el IDH se calcula como el promedio simple de estos valores normalizados, proporcionando una medida fácil de interpretar y comparar entre distintos países y regiones (Bilbao-Ubillos, 2013; Harttgen & Klasen, 2012; Ordóñez, 2014).

Las fortalezas del IDH incluyen su enfoque integral, simplicidad y claridad, capacidad de comparación internacional, promoción de un enfoque multidimensional del bienestar, facilitación de la formulación de políticas inclusivas y sensibilización global sobre la importancia de factores no económicos en el desarrollo. Sin embargo, sus debilidades abarcan la sustitución perfecta entre dimensiones, la igual ponderación de estas, la falta de consideración de desigualdades internas, la simplificación excesiva, la dependencia de datos de calidad, la limitación de indicadores utilizados y los problemas de comparabilidad interanual debido a cambios metodológicos. Para abordar estas debilidades y proporcionar una evaluación más precisa y completa del desarrollo y bienestar humano, se proponen alternativas como el ajuste por desigualdad y género, la incorporación de nuevas dimensiones, ajustes metodológicos, la desagregación de datos y el desarrollo de índices complementarios y específicos (Herrero et al., 2012; Neumayer, 2001; Noorbakhsh, 1998; Sagar & Najam, 1998; Ziogiannis et al., 2019).

2.2. Revisión teórica del análisis envolvente de datos y su aplicación en la evaluación del desarrollo humano.

La eficiencia, según Cooper *et al.* (2007, 2011), se refiere a la capacidad de una unidad para utilizar sus recursos de manera óptima, maximizando la producción y minimizando el desperdicio. Una unidad es considerada eficiente si no se puede mejorar algún *input* u *output* sin empeorar otro. La eficiencia puede analizarse en términos de eficiencia técnica, que se enfoca en la reducción proporcional de todos los insumos sin alterar sus proporciones, y eficiencia de Pareto-Koopmans, que implica la ausencia de mejoras posibles sin sacrificar otros aspectos. La eficiencia técnica se descompone en eficiencia técnica pura y eficiencia de escala, permitiendo identificar si la ineficiencia se debe a operaciones ineficientes o a condiciones desfavorables de escala.

Para medir la eficiencia de manera empírica, se utilizan dos metodologías: la estimación de fronteras estocásticas y el DEA. La primera es un enfoque paramétrico que separa el error aleatorio de la ineficiencia técnica; mientras que, la segunda es una metodología no paramétrica que evalúa la eficiencia de las Unidades de Toma de Decisiones (DMU) utilizando múltiples *inputs* y *outputs*. El DEA construye una frontera de producción contra la cual se mide la eficiencia relativa de las DMU. Una DMU es eficiente si puede producir más de algún *output* sin reducir el resto y sin consumir más *inputs*, o si utiliza menos de algún *input* sin aumentar el consumo de los demás, generando los mismos *outputs*. Los modelos DEA identifican las DMU eficientes y establecen objetivos de mejora para las ineficientes basándose en los logros de las primeras (Bemowski, 1991; Serra, 2004).

Los modelos DEA se dividen en radiales y no radiales. Los radiales incluyen los modelos de rendimientos constantes a escala o CCR (Charnes-Cooper-Rhodes) y de rendimientos variables a escala o BCC (Banker-Charnes-Cooper). Los no radiales abarcan, entre otros, los modelos aditivo, multiplicativo y SBM (Slacks-Based Measure). Asimismo, los modelos DEA pueden orientarse al *input*, minimizando los recursos utilizados manteniendo constante el producto, o al *output* maximizando la producción con una cantidad fija de insumos. La elección de orientación depende de las necesidades y restricciones del contexto específico (Banker *et al.*, 1984; Charnes *et al.*, 1978; Cooper *et al.*, 2007, 2011).

En los procesos de producción, a menudo se generan resultados no deseados (*bad outputs*) junto con los esperados (*good outputs*). Ignorar estos *bad outputs* puede llevar a una evaluación inadecuada; por lo que, es crucial considerarlos para obtener una medición más precisa de la eficiencia y formular estrategias que minimicen sus efectos negativos (Jahanshahloo *et al.*, 2005, 2012; Kao & Hwang, 2021). Pittman (1983) introdujo el tratamiento de los *bad outputs* en los modelos DEA. Los métodos que los consideran se clasifican en directos, como la debilidad de disposición, los SBM y las Funciones Direccionales de Distancia (DDF), e indirectos, entre los que destacan la transformación de datos, el *input* inverso y el *additive* inverso. Färe *et al.* (1989) considera que los métodos directos son los más adecuados, ya que, bajo una orientación al *output*, buscan maximizar el *good output* y, simultáneamente, minimizar el *bad output* (Kao & Hwang, 2021; Liu *et al.*, 2010).

El índice Malmquist (IM), desarrollado por Caves *et al.* (1982) y basado en las ideas de Malmquist (1953), evalúa la evolución de la productividad mediante funciones de distancia que representan múltiples *outputs* e *inputs* (Cooper *et al.*, 2007, 2011). Derivado del IM y utilizando el DEA y las DDF, el Índice de Productividad Malmquist-Luenberger (IML) mide el cambio en la productividad de las DMU entre dos períodos de tiempo, considerando tanto *good outputs* como *bad outputs*. Esto permite explicar el cambio en la productividad total de los factores, ya sea por mejoras en la eficiencia o por avances tecnológicos (Aghayi *et al.*, 2019; Bansal & Mehra, 2022; Reig & Picazo, 2003).

En el contexto del desarrollo humano, la eficiencia se refiere a la capacidad de un país o región (DMU) para optimizar el uso de sus recursos disponibles (*inputs*) para generar los mejores resultados posibles (*outputs*) en términos de salud, educación y bienestar económico (Blancard & Hoarau, 2013; Mariano *et al.*, 2021; Salama *et al.*, 2022; Shetty & Pakkala, 2010; Wu *et al.*, 2014). Autores como Chen *et al.* (2024), Dutta (2011), Lima *et al.* (2022), Mahani *et al.* (2012), Vierstraete (2012), entre otros, destacan que los modelos DEA ofrecen una evaluación detallada y precisa del desarrollo humano. También son notables los estudios de Delfin *et al.* (2023), Melecký *et al.* (2019), Suin-Guaraca *et al.* (2021), entre otros, que al centrarse en aspectos específicos del desarrollo humano subrayan la importancia de utilizar los recursos de manera más eficiente para promover el bienestar.

2.3. Fundamentos teóricos de la econometría espacial y su relevancia en el análisis del desarrollo humano.

Anselin *et al.* (2004) menciona que la Econometría Espacial (EE) es una rama de la econometría que integra la ubicación y las interacciones espaciales en los modelos de regresión. Su objetivo es analizar cómo el espacio influye en los procesos económicos y sociales. Para ello, emplea variables espaciales para modelar estas relaciones y aplica métodos cuantitativos para comprender los fenómenos subyacentes.

Los efectos espaciales, por lo tanto, se refieren a las interacciones que ocurren a través del espacio y que pueden incidir en el comportamiento de las regiones. Estos efectos pueden ser positivos o negativos y están relacionados con la proximidad geográfica y las interacciones socioeconómicas entre las unidades analizadas. Los principales tipos de efectos espaciales son: a) la heterogeneidad espacial y b) la dependencia espacial. La heterogeneidad espacial se refiere a las diferencias en las relaciones entre variables que pueden variar a través del espacio; esto incluye cambios en la estructura y en los parámetros del modelo debido a factores específicos de las regiones. La dependencia espacial, por su parte, hace referencia a la correlación entre los valores de una variable en diferentes ubicaciones geográficas, lo que puede ser resultado de procesos que generan similitudes entre valores de observación cercanos espacialmente (Anselin *et al.*, 2004; Arbia & Baltagi, 2009; Moreno & Vayá, 2000).

Debido a la naturaleza multidireccional de la dependencia o autocorrelación espacial, solo puede abordarse mediante la econometría espacial. La solución implica definir la matriz de pesos espaciales (W), que determina la estructura de las interacciones espaciales asignando pesos a las relaciones entre diferentes ubicaciones. Estos pesos pueden basarse en la proximidad geográfica o contigüidad (vecinos inmediatos que comparten una frontera común), la distancia (los pesos disminuyen a medida que aumenta la distancia entre las unidades estudiadas) y los vecinos cercanos (cada unidad de análisis tiene un número fijo de vecinos, independientemente de la distancia). Basados en el criterio de proximidad física se han propuesto definiciones de W empleando la distancia entre regiones. Siguiendo esta lógica, se sugiere el uso de una matriz inversa de distancias al cuadrado, de modo que la intensidad de la interdependencia entre dos regiones disminuye a medida que aumenta la distancia entre sus centros respectivos (Anselin *et al.*, 2004; Moreno & Vayá, 2000).

La matriz de pesos espaciales permite obtener el retardo espacial de una variable x simplemente multiplicando la matriz W por dicha variable (Wx). De este modo, cada elemento de la variable con retardo espacial se presenta como un promedio ponderado de los valores de la variable en el subgrupo de observaciones vecinas S_i dado que $w_{ij} = 0$ para $j \notin S_i$. Una vez calculada la matriz de pesos espaciales, se realiza el análisis exploratorio de datos espaciales (AEDE). Este análisis permite identificar y describir patrones espaciales, detectar outliers y clústeres espaciales, así como proponer regímenes espaciales. Si se confirma la existencia de una relación espacial, se desarrolla un modelo de regresión para identificar la presencia o ausencia de dicha dependencia. La autocorrelación espacial puede manifestarse en la variable endógena o dependiente, originarse a partir de las variables exógenas o explicativas, o surgir debido a un esquema de dependencia espacial en el término de error (Anselin *et al.*, 2004; Arbia & Baltagi, 2009; Moreno & Vayá, 2000; Paelinck *et al.*, 2015).

Relacionados con el estudio del bienestar social y el desarrollo humano se encuentran las investigaciones de Arboleda y Ortiz (2018), García (2013), Gerónimo (2016), Gerónimo *et al.* (2020), Leija y Saltillo (2019), Moranchel-Bustos y Carbajal (2019), Rodríguez y Cabrera (2017) y Valdivia (2008), quienes subrayan la importancia del espacio en estos análisis. Sus hallazgos revelan patrones significativos de polarización y dependencia espacial en las regiones, que se manifiestan en clústeres poblacionales con niveles de desarrollo altos y bajos. Por ello, consideran crucial integrar la dimensión espacial en las políticas públicas para abordar efectivamente las disparidades regionales y promover un desarrollo más equitativo y sostenible.

3. Aspectos metodológicos del modelo de eficiencia y regresión espacial

3.1. Lineamientos metodológicos del modelo de eficiencia.

La investigación se basa en un modelo DEA de rendimientos variables a escala, que toma en cuenta la diversidad de las unidades de análisis y la existencia de *bad outputs*. Asimismo, el modelo se orienta al *output*, con la finalidad de maximizar el *good output* y minimizar el *bad output*. La representación matemática de este es (Seiford & Zhu, 2002):

$$\begin{aligned}
 \text{Max} &= \phi + \varepsilon(\sum_{i=1}^I s_i^+ + \sum_{d=1}^D s_d^- + \sum_{z=1}^Z s_z^+) & (1) \\
 \text{s.a.} & \\
 \sum_{j=1}^N \lambda_j x_{ij} + s_i^+ &= x_{io} & i = 1, \dots, I \\
 \sum_{j=1}^N \lambda_j y_{dj} + s_d^- &= (1 + \phi)y_{do} & d = 1, \dots, D \\
 \sum_{j=1}^N \lambda_j d_{zj} + s_z^+ &= (1 - \phi)b_{zo} & z = 1, \dots, Z \\
 \sum_{j=1}^N \lambda_j &= 1 \\
 \lambda_j, s_d^+, s_z^-, s_i^+ &\geq 0, \phi \text{ sin restricción de signo}
 \end{aligned}$$

donde se considera que $j = 1, \dots, N$ representa las n DMUs, cada una de las cuales puede emplear i inputs ($i = 1, \dots, I$) para generar d good outputs ($d = 1, \dots, D$) y z bad outputs ($z = 1, \dots, Z$). El vector x_{ij} indica la cantidad de input i utilizado por la DMU j , el vector y_{dj} representa el número de good output d producido por la DMU j ; y, el vector d_{zj} muestra el monto de bad output z generado por la DMU j . Aquí, ε es una constante no-arquimediana; ϕ es el máximo incremento/decremento radial para el good y bad output, respectivamente; s se refiere a la holgura de las variables; y λ_j es el vector de intensidad. La restricción $\sum_{j=1}^N \lambda_j = 1$ se incluye para suponer que la tecnología presenta rendimientos variables a escala.

Con el propósito de analizar la evolución temporal de la eficiencia y la productividad se determinó el Índice Malmquist-Luenberger (IML). La fórmula matemática del IML es la siguiente (Reig & Picazo, 2003):

$$\begin{aligned}
 IML^{t,t+1}(\cdot) &= \left[\frac{[1 + D_0^t(x^t, y^t, b^t; y^t, -b^t)]}{[1 + D_0^t(x^t, y^t, b^t; y^t, -b^t)]} \frac{[1 + D_0^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}; y^{t+1}, -b^{t+1})]}{[1 + D_0^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}; y^{t+1}, -b^{t+1})]} \right]^{1/2} \cdot \\
 &\left[\frac{[1 + D_0^t(x^t, y^t, b^t; y^t, -b^t)]}{[1 + D_0^t(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}; y^{t+1}, -b^{t+1})]} \right] = MLCTEC^{t,t+1}(\cdot) \cdot MLCEF^{t,t+1}(\cdot) & (2)
 \end{aligned}$$

donde x representa las *inputs*, y los *good outputs*, b los *bad outputs*, $g = (g_y - g_b)$ es el vector de dirección, y D_0^t es la DDF en el *output* en el momento t . La ecuación muestra que el $IML^{t,t+1}$ desglosa el cambio productivo entre los periodos t y $t+1$ en el cambio técnico ($MLCTEC^{t,t+1}$) y el cambio de eficiencia técnica ($MLCEF^{t,t+1}$).

El $IML^{t,t+1}$ tendrá un valor mayor (menor) que uno si ha habido un aumento (disminución) en la productividad entre t y $t+1$. Si el índice es igual a uno, significa que no ha habido ninguna variación en la productividad.

3.1.1. Variables del modelo de eficiencia.

Las DMU del modelo están conformadas por los 113 municipios del estado de Michoacán. El *output* del modelo es la población alfabeta, mientras que el *bad output* es la población en condición de rezago educativo. La elección de estas variables radica en su representatividad teórica para explicar el bienestar educativo de una población (Chen *et al.*, 2024; Dutta, 2012; Lima *et al.*, 2022; Mahani *et al.*, 2012; Vierstraete, 2012). Por otro lado, la selección de *inputs* se basa en los pilares teóricos que explican el comportamiento de la dimensión educación y su incidencia en el bienestar social y el desarrollo humano (Aparicio *et al.*, 2019; Arriaga & Gómez, 2019; Delfín *et al.*, 2023; Favila *et al.*, 2017; Favila & Hernández, 2019; Melo-Becerra *et al.*, 2020; Seijas, 2005; Sicilia, 2014; Torres-Samuel *et al.*, 2020). Así, tomando en consideración la información estadística establecida en las bases de datos nacionales e internacionales, se determina que los *inputs* sean el número de docentes y la cantidad de aulas disponibles.

3.2. Pautas metodológicas del modelo de regresión espacial.

El modelo de regresión espacial utilizado en esta investigación se basa en una matriz de pesos espaciales de tipo Queen de primer orden. A partir del AEDE y de una primera estimación con Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), se diseña un modelo de dependencia espacial transversal mediante la aproximación de máximo verosímil. La expresión matemática del modelo espacial es la siguiente (Paelinck *et al.*, 2015):

$$\begin{aligned} y &= \rho W_y + X\beta + WX\theta + u \\ u &= \lambda W_u + \varepsilon \end{aligned} \quad (3)$$

donde y es un vector ($N \times 1$), i es un vector ($N \times 1$) de unos asociados al término constante α , W_y es el retardo espacial endógeno, WX es el retardo espacial exógeno, W_u es el retardo espacial en el término de error, ρ y λ son los coeficientes de autocorrelación espacial asociados a los respectivos mecanismos de interacción, θ es un vector de coeficientes espaciales, W es la matriz de pesos, X es una matriz ($N \times K$) variables exógenas, β es un vector ($K \times 1$) de parámetros desconocidos, $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ es un vector de términos aleatorios de dimensión ($N \times 1$) en donde $u \sim N(0, r^2)$, ε es un término perturbación de ruido blanco, y N el número de observaciones.

3.1.2. Variables del modelo de autocorrelación espacial.

Para desarrollar el modelo de regresión espacial, se utiliza como variable dependiente el promedio de los resultados de eficiencia obtenidos del modelo DEA. La determinación de las variables independientes se fundamenta en la incidencia de las variables socioeconómicas relacionadas con la educación para explicar el uso eficiente de los recursos en la generación bienestar (Arriaga & Gómez, 2019; Delfín *et al.*, 2023; Gerónimo, 2016; Gerónimo *et al.*, 2020; Melo-Becerra *et al.*, 2020; Moranchel-Bustos & Carbajal, 2019; Seijas, 2005; Sicilia, 2014; Torres-Samuel *et al.*, 2020; Valdivia, 2008). Considerando también la disponibilidad de información estadística en las bases de datos nacionales e internacionales, se establece que estas variables sean los alumnos matriculados y el gasto público en educación.

4. Resultados del modelo de eficiencia y regresión espacial

4.1. Análisis y discusión del modelo de eficiencia.

Entre 1990 y 2020, los municipios del estado de Michoacán que se destacaron por su eficiencia en el uso de recursos (número de docentes y cantidad de aulas disponibles) para generar bienestar en educación (mayor alfabetización y menor rezago educativo) fueron Aporo, Briseñas, Jacona, Morelia, Uruapan y Zináparo. En contraste, los municipios de Nocupétaro, Tumbiscatío, Susupuato, Tancítaro, Tiquicheo de Nicolás Romero, Tzitzio, San Lucas, Tuzantla, Parácuaro y Turicato fueron los más ineficientes durante el período estudiado. El análisis de los 113 municipios, en su conjunto, muestra que el año con mayor eficiencia fue 2005, y que desde entonces, la ineficiencia ha ido en aumento. En ese contexto, se aprecia un aumento del 25% en la ineficiencia entre 2015 y 2020, asociado a los efectos negativos de la pandemia de COVID-19 en el sector educativo estatal. Lo cual se manifestó en una disminución de la matrícula y del alfabetismo, así como en un incremento del rezago educativo (véase Cuadro 1).

Cuadro 1 Resultados de eficiencia en educación para los municipios de Michoacán, 1990-2020

Municipio	1990	1995	2000	2005	2010	2015	2020	Promedio	Municipio	1990	1995	2000	2005	2010	2015	2020	Promedio
Acuitzio	0.391	0.270	0.203	0.143	0.127	0.108	0.173	0.202	Nuevo Parangaricutiro	0.499	0.419	0.347	0.260	0.204	0.143	0.157	0.290
Aguilla	0.429	0.297	0.257	0.329	0.372	0.342	0.461	0.355	Nuevo Urecho	0.506	0.455	0.336	0.311	0.347	0.211	0.259	0.346
Alvaro Obregón	0.254	0.242	0.229	0.217	0.232	0.174	0.260	0.230	Numarán	0.221	0.185	0.193	0.162	0.185	0.204	0.242	0.199
Angamacuilero	0.153	0.093	0.095	0.170	0.117	0.190	0.278	0.156	Ocampo	0.578	0.423	0.352	0.245	0.232	0.251	0.305	0.341
Angangueo	0.310	0.217	0.135	0.119	0.181	0.069	0.102	0.162	Pajacuarán	0.227	0.240	0.209	0.201	0.186	0.159	0.277	0.214
Apatzingán	0.118	0.080	0.035	0.106	0.117	0.201	0.305	0.137	Panindícuaro	0.107	0.140	0.116	0.163	0.237	0.304	0.391	0.208
Aporo	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	Parácuaro	0.459	0.430	0.372	0.372	0.370	0.411	0.360	0.396
Aquila	0.385	0.351	0.279	0.300	0.352	0.399	0.412	0.354	Paracho	0.179	0.161	0.156	0.106	0.165	0.176	0.186	0.161
Año	0.316	0.303	0.269	0.201	0.200	0.239	0.214	0.249	Pátzcuaro	0.194	0.178	0.162	0.137	0.140	0.065	0.123	0.143
Artega	0.385	0.324	0.307	0.319	0.428	0.314	0.380	0.351	Penjamillo	0.000	0.020	0.022	0.115	0.146	0.276	0.335	0.130
Brisenñas	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	Peribán	0.495	0.379	0.302	0.226	0.158	0.184	0.227	0.282
Buenavista	0.334	0.291	0.257	0.221	0.209	0.294	0.383	0.284	La Piedad	0.048	0.052	0.122	0.066	0.089	0.063	0.184	0.089
Carácuaro	0.534	0.381	0.323	0.319	0.402	0.393	0.389	0.392	Purépero	0.000	0.000	0.000	0.000	0.012	0.054	0.093	0.023
Coahuayana	0.420	0.386	0.341	0.377	0.364	0.306	0.331	0.361	Puruándiro	0.000	0.000	0.000	0.083	0.122	0.203	0.304	0.102
Coalmacán	0.367	0.272	0.197	0.283	0.352	0.299	0.339	0.301	Queréndaro	0.343	0.205	0.164	0.171	0.144	0.130	0.213	0.196
Coenoco	0.000	0.030	0.026	0.108	0.162	0.170	0.337	0.119	Quiroga	0.207	0.188	0.188	0.162	0.165	0.164	0.270	0.192
Cotepac	0.441	0.310	0.231	0.134	0.140	0.146	0.259	0.237	Cojumatlán	0.288	0.258	0.236	0.184	0.183	0.222	0.211	0.226
Coquándaro	0.287	0.196	0.187	0.181	0.166	0.156	0.205	0.197	Los Reyes	0.339	0.316	0.247	0.335	0.271	0.261	0.321	0.298
Coltija	0.361	0.289	0.286	0.337	0.392	0.296	0.392	0.336	Sahuayo	0.037	0.060	0.064	0.076	0.030	0.001	0.132	0.057
Cuitzeo	0.197	0.203	0.177	0.132	0.129	0.158	0.286	0.183	San Lucas	0.476	0.428	0.386	0.416	0.483	0.329	0.396	0.416
Charapan	0.406	0.306	0.306	0.272	0.261	0.246	0.345	0.306	Santa Ana Maya	0.088	0.111	0.066	0.100	0.110	0.098	0.187	0.109
Charo	0.363	0.296	0.223	0.165	0.197	0.157	0.204	0.229	Salvador Escalante	0.462	0.355	0.311	0.256	0.221	0.264	0.318	0.312
Chavinda	0.000	0.070	0.040	0.099	0.119	0.216	0.206	0.107	Senquío	0.382	0.302	0.253	0.232	0.201	0.223	0.311	0.272
Cherán	0.188	0.120	0.114	0.124	0.120	0.131	0.232	0.147	Susupato	0.601	0.516	0.399	0.374	0.367	0.421	0.414	0.442
Chilchota	0.327	0.298	0.242	0.204	0.155	0.140	0.279	0.235	Tacámbaro	0.407	0.438	0.331	0.292	0.242	0.234	0.298	0.320
Chinicilla	0.469	0.369	0.307	0.332	0.417	0.307	0.272	0.353	Tancitaro	0.574	0.511	0.446	0.387	0.346	0.347	0.432	0.435
Chucándiro	0.187	0.054	0.034	0.108	0.189	0.246	0.309	0.161	Tangamandapio	0.486	0.447	0.314	0.313	0.243	0.247	0.363	0.345
Churintzio	0.000	0.000	0.000	0.000	0.012	0.072	0.082	0.024	Tangancicuaro	0.161	0.218	0.184	0.201	0.211	0.266	0.368	0.230
Churumucuo	0.456	0.382	0.340	0.319	0.404	0.410	0.372	0.383	Tanhuato	0.177	0.165	0.114	0.078	0.072	0.151	0.198	0.136
Ecuandureo	0.000	0.000	0.000	0.014	0.068	0.181	0.301	0.081	Taretan	0.338	0.278	0.226	0.220	0.237	0.244	0.241	0.255
Epitacio Huerta	0.471	0.401	0.328	0.301	0.313	0.227	0.323	0.338	Tarimbaro	0.244	0.219	0.192	0.078	0.000	0.000	0.001	0.105
Erongaricuaro	0.379	0.276	0.253	0.211	0.229	0.184	0.241	0.253	Tepalcatepec	0.322	0.281	0.250	0.281	0.323	0.329	0.383	0.310
Gabriel Zamora	0.346	0.345	0.276	0.224	0.221	0.295	0.254	0.280	Tingambato	0.206	0.117	0.078	0.004	0.000	0.054	0.001	0.066
Hidalgo	0.152	0.172	0.137	0.128	0.140	0.155	0.291	0.168	Tingüindín	0.244	0.212	0.157	0.119	0.143	0.195	0.241	0.187
La Huacana	0.292	0.299	0.280	0.294	0.392	0.385	0.323	0.324	Tiquicheo	0.483	0.402	0.343	0.384	0.454	0.428	0.461	0.422
Huandacareo	0.134	0.202	0.197	0.191	0.191	0.201	0.250	0.195	Tlalpujahua	0.339	0.392	0.223	0.176	0.204	0.139	0.221	0.242
Huaniqueo	0.169	0.193	0.157	0.241	0.271	0.301	0.337	0.238	Tlazazalca	0.094	0.253	0.235	0.301	0.335	0.344	0.405	0.281
Huetamo	0.272	0.270	0.266	0.298	0.410	0.349	0.287	0.307	Tocumbo	0.239	0.232	0.253	0.300	0.287	0.245	0.269	0.261
Huiramba	0.441	0.328	0.242	0.165	0.214	0.191	0.160	0.249	Tumbiscatio	0.600	0.436	0.386	0.369	0.462	0.448	0.446	0.450
Indaparapeo	0.386	0.253	0.215	0.215	0.211	0.201	0.277	0.251	Turicato	0.403	0.382	0.353	0.375	0.451	0.352	0.431	0.392
Irimbo	0.545	0.406	0.309	0.323	0.214	0.181	0.275	0.322	Tuxpan	0.371	0.225	0.181	0.133	0.147	0.199	0.230	0.212
Ixtlán	0.186	0.228	0.194	0.223	0.219	0.300	0.370	0.246	Tuzantla	0.508	0.389	0.349	0.389	0.449	0.386	0.423	0.413
Jacona	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	Tzitzintzantan	0.362	0.248	0.214	0.163	0.193	0.162	0.223	0.224
Jiménez	0.065	0.115	0.121	0.153	0.193	0.178	0.285	0.159	Tzitzio	0.500	0.402	0.362	0.387	0.471	0.404	0.414	0.420
Jiquilpan	0.000	0.000	0.023	0.113	0.140	0.147	0.181	0.086	Uruapan	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Juárez	0.544	0.449	0.369	0.282	0.258	0.219	0.243	0.338	Venustiano Carranza	0.086	0.136	0.092	0.098	0.057	0.081	0.215	0.109
Jungapeo	0.546	0.438	0.345	0.326	0.340	0.345	0.266	0.372	Villamar	0.111	0.077	0.084	0.239	0.240	0.231	0.407	0.198
Lagunillas	0.285	0.225	0.203	0.174	0.151	0.106	0.034	0.168	Vista Hermosa	0.000	0.034	0.099	0.097	0.072	0.108	0.164	0.082
Madero	0.517	0.400	0.386	0.358	0.364	0.292	0.383	0.386	Yurécuaro	0.163	0.164	0.092	0.075	0.034	0.064	0.159	0.107
Maravatío	0.311	0.258	0.225	0.195	0.157	0.250	0.282	0.240	Zacapu	0.000	0.000	0.000	0.000	0.064	0.000	0.199	0.038
Marcos Castellanos	0.281	0.149	0.159	0.102	0.063	0.063	0.133	0.136	Zamora	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.009	0.044	0.008
Lázaro Cárdenas	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003	0.046	0.007	Zináparo	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Morelia	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	Zinapécuaro	0.071	0.102	0.095	0.162	0.208	0.181	0.305	0.161
Morelos	0.122	0.069	0.060	0.129	0.245	0.261	0.298	0.169	Ziraquairitiro	0.496	0.410	0.344	0.250	0.243	0.272	0.263	0.325
Múgica	0.295	0.315	0.223	0.267	0.264	0.290	0.325	0.283	Zitácuaro	0.147	0.118	0.120	0.103	0.087	0.117	0.185	0.125
Nahuatzen	0.316	0.279	0.249	0.177	0.213	0.151	0.245	0.233	José Sixto Verduzco	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.091	0.013
Nocupétaro	0.601	0.568	0.440	0.422	0.502	0.410	0.343	0.469	Total Estatal	0.271	0.232	0.197	0.194	0.207	0.204	0.255	0.223

Fuente: Elaboración propia con base en datos publicados por el INEGI (2024 a-i), SEP (2024) y CONEVAL (2024), y haciendo uso del programa R.

Los resultados del índice Malmquist-Luenberger muestran que los municipios de Michoacán considerados eficientes en la generación de bienestar educativo (Aporo, Briseñas, Jacona, Morelia, Uruapan y Zináparo) presentaron comportamientos variados en la evolución de la productividad. En Aporo, Briseñas y Zináparo, el IML tuvo un valor de 1, lo que indica que entre 1990 y 2020 no hubo cambios en productividad. En contraste, en Jacona, Morelia y Uruapan, el IML fue superior a 1, señalando un aumento en la productividad durante el periodo estudiado; sin embargo, este incremento se debió a un cambio tecnológico y no a una mejora en la eficiencia. En términos generales, el IML a nivel estatal mejoró debido a un incremento en la eficiencia y a un avance tecnológico en el ámbito educativo, lo que resultó en un considerable aumento del bienestar educativo de la sociedad (véase Cuadro 2).

Cuadro 2 Resultados del índice MALMQUIST-LUENBERGER en educación para los municipios de Michoacán, 1990-2020

Municipio	CE	CT	IML	Resultado	Municipio	CE	CT	IML	Resultado
Acuitzio	1,171	0,994	1,164	Ganancia	Nuevo Parangaricutiro	1,175	1,063	1,249	Ganancia
Aguililla	1,026	1,055	1,083	Ganancia	Nuevo Urecho	1,180	1,012	1,194	Ganancia
Álvaro Obregón	1,084	1,065	1,154	Ganancia	Numarán	1,087	1,036	1,126	Ganancia
Angamacutiro	1,041	1,039	1,082	Ganancia	Ocampo	1,107	1,087	1,203	Ganancia
Angangueo	1,349	0,995	1,342	Ganancia	Pajacuarán	1,012	1,002	1,014	Ganancia
Apatzingán	1,008	1,119	1,127	Ganancia	Parícuti	1,033	1,041	1,076	Ganancia
Aporo	1,000	1,000	1,000	No hay variación	Parácuaro	1,142	1,032	1,179	Ganancia
Aquila	0,923	1,144	1,056	Ganancia	Paracho	1,101	1,095	1,205	Ganancia
Ario	1,112	1,046	1,163	Ganancia	Pátzcuaro	1,098	1,095	1,203	Ganancia
Arteaga	1,061	1,050	1,114	Ganancia	Penjamillo	0,991	1,007	0,998	Pérdida
Briseñas	1,000	1,000	1,000	No hay variación	Peribán	1,129	1,103	1,246	Ganancia
Buenavista	1,124	1,050	1,180	Ganancia	La Piedad	1,015	1,145	1,162	Ganancia
Carácuaro	1,042	1,021	1,064	Ganancia	Purépero	1,000	1,050	1,050	Ganancia
Coahuayana	1,155	1,062	1,227	Ganancia	Puruándiro	0,969	1,062	1,029	Ganancia
Coalcomán	0,908	1,119	1,017	Ganancia	Queréndaro	1,125	1,018	1,145	Ganancia
Coeneo	0,967	1,052	1,017	Ganancia	Quiroga	1,083	1,097	1,189	Ganancia
Contepec	1,153	1,032	1,189	Ganancia	Cojumatlán	1,122	0,995	1,117	Ganancia
Copándaro	1,157	1,011	1,170	Ganancia	Los Reyes	1,098	1,108	1,216	Ganancia
Cotija	1,096	1,095	1,200	Ganancia	Sahuayo	1,000	1,167	1,167	Ganancia
Cuitzeo	1,013	1,088	1,102	Ganancia	San Lucas	1,128	1,059	1,194	Ganancia
Charapan	1,197	1,031	1,234	Ganancia	Santa Ana Maya	1,016	1,062	1,079	Ganancia
Charo	1,048	1,095	1,148	Ganancia	Salvador Escalante	1,142	1,099	1,256	Ganancia
Chavinda	0,988	1,000	0,988	Pérdida	Senguio	1,169	1,025	1,197	Ganancia
Cherán	1,052	1,132	1,191	Ganancia	Susupuato	1,187	0,995	1,180	Ganancia
Chilchota	1,100	1,103	1,213	Ganancia	Tacámbaro	1,088	1,086	1,181	Ganancia
Chinicuila	0,808	1,124	0,907	Pérdida	Tancitaro	1,021	1,149	1,174	Ganancia
Chucándiro	1,135	1,000	1,135	Ganancia	Tangamandapio	1,135	1,065	1,208	Ganancia
Churintzio	0,991	1,000	0,991	Pérdida	Tangancicuaro	1,005	1,084	1,089	Ganancia
Churumuco	0,932	1,087	1,013	Ganancia	Tanhuato	1,061	1,068	1,133	Ganancia
Ecuandureo	1,000	1,000	1,000	No hay variación	Taretan	1,188	1,048	1,246	Ganancia
Epitacio Huerta	1,064	1,060	1,128	Ganancia	Tarímbaro	1,111	1,229	1,366	Ganancia
Erongaricutiro	1,187	1,038	1,233	Ganancia	Tepalcatepec	1,068	1,067	1,140	Ganancia
Gabriel Zamora	1,129	1,044	1,179	Ganancia	Tingambato	1,264	1,035	1,309	Ganancia
Hidalgo	0,990	1,122	1,111	Ganancia	Tingüindín	1,052	1,055	1,109	Ganancia
La Huacana	1,056	1,043	1,101	Ganancia	Tiquicheo	1,021	1,058	1,081	Ganancia
Huandacareo	0,966	1,072	1,036	Ganancia	Tlalpujahuá	1,156	1,026	1,186	Ganancia
Huaniqueo	1,073	1,038	1,114	Ganancia	Tlazazalca	1,000	1,016	1,016	Ganancia
Huetamo	1,057	1,053	1,113	Ganancia	Tocumbo	1,084	1,088	1,180	Ganancia
Huiramba	1,186	1,015	1,205	Ganancia	Tumbiscatio	1,011	1,034	1,046	Ganancia
Indaparapeo	1,163	1,030	1,199	Ganancia	Turicato	0,985	1,072	1,056	Ganancia
Irimbo	1,159	1,022	1,184	Ganancia	Tuxpan	1,178	1,045	1,231	Ganancia
Ixtlán	1,014	1,088	1,103	Ganancia	Tuzantla	1,131	1,029	1,164	Ganancia
Jacona	1,000	1,162	1,162	Ganancia	Tzitzuntzan	1,169	1,031	1,206	Ganancia
Jiménez	1,053	1,059	1,115	Ganancia	Tzitzio	1,064	1,019	1,083	Ganancia
Jiquilpan	0,990	1,161	1,149	Ganancia	Uruapan	1,000	1,099	1,099	Ganancia
Júarez	1,218	1,013	1,234	Ganancia	Venustiano Carranza	1,004	1,052	1,056	Ganancia
Jungapeo	1,161	1,065	1,237	Ganancia	Villamar	1,050	1,028	1,080	Ganancia
Lagunillas	1,039	0,939	0,975	Pérdida	Vista Hermosa	0,982	1,058	1,039	Ganancia
Madero	1,139	1,064	1,212	Ganancia	Yurécuaro	1,051	1,088	1,143	Ganancia
Maravatío	1,075	1,091	1,174	Ganancia	Zacapu	0,995	1,162	1,156	Ganancia
Marcos Castellanos	1,220	1,027	1,253	Ganancia	Zamora	1,000	1,124	1,124	Ganancia
Lázaro Cárdenas	0,983	1,236	1,215	Ganancia	Zináparo	1,000	1,000	1,000	No hay variación
Morelia	1,000	1,151	1,151	Ganancia	Zinapécuaro	1,016	1,073	1,091	Ganancia
Morelos	1,013	1,021	1,033	Ganancia	Ziracuaretiro	1,086	1,066	1,158	Ganancia
Múgica	1,053	1,062	1,118	Ganancia	Zitacuaro	1,037	1,152	1,194	Ganancia
Nahuatzen	1,062	1,110	1,179	Ganancia	José Sixto Verduzco	0,994	0,994	0,989	Pérdida
Nocupétaro	1,108	0,994	1,101	Ganancia	Total Estatal	1,070	1,062	1,135	Ganancia

Nota: CE = Cambio en la eficiencia, CT = Cambió tecnológico, e IML = Índice Malmquist-Luenberger

Fuente: Elaboración propia con base en datos publicados por el INEGI (2024 a-i), SEP (2024) y CONEVAL (2024), y haciendo uso del programa R.

A partir de los hallazgos del modelo DEA y del IML, se observa que los municipios con mayor dotación de recursos y, a menudo, con los indicadores de desarrollo humano más altos, no fueron necesariamente los más eficientes y productivos en la generación de bienestar educativo. Este resultado coincide con lo expuesto por autores como Aparicio et al. (2019), Delfín et al. (2023), Melo-Becerra et al. (2020), Seijas (2005), Sicilia (2014) y Torres-Samuel et al. (2020).

4.2. Estudio y valoración del modelo de regresión espacial.

El AEDE identificó una dependencia espacial positiva en la eficiencia promedio para generar bienestar en educación, con un índice de Moran de 0.338. Esto sugiere que los municipios con alta o baja eficiencia tienden a estar agrupados geográficamente. A partir de esta observación, se estimó un modelo con MCO, revelando una correlación espacial positiva entre la eficiencia educativa y las variables independientes (alumnos matriculados y gasto público en educación), con un índice de Moran de 2.369 y una probabilidad de 0.017. Es pertinente señalar que el ajuste del modelo MCO es alto, ya que las variables explicativas son significativas, se acepta la hipótesis de normalidad y homocedasticidad, y no existen problemas de multicolinealidad. Además, los resultados de los test Lagrange Multiplier sugieren que el modelo debe reespecificarse para incorporar un retardo espacial en las variables independientes (Lag), ya que estas podrían estar correlacionadas espacialmente con la variable dependiente.

La estimación del modelo espacial Lag, utilizando la aproximación de Máxima Verosimilitud, mostró una R^2 de 0.519, un test de Breusch-Pagan de 3.440 con una probabilidad de 0.178, y un test de Likelihood Ratio de 10.309 con una probabilidad de 0.001. Estos datos confirman la viabilidad del modelo y la autocorrelación espacial entre la variable dependiente y las independientes. Los resultados permiten argumentar que la eficiencia en el uso de los recursos para generar bienestar en educación en los municipios de Michoacán entre 1990 y 2020 estuvo influenciada por la proximidad a municipios con altos niveles de matriculación y gasto público en educación, confirmando que la eficiencia depende tanto de la gestión de los recursos como de factores espaciales (véase Cuadro 3). Argumento que concuerda con los postulados de Arriaga y Gómez (2019), Gerónimo (2016), Gerónimo et al. (2020), Moranchel-Bustos y Carbajal (2019) y Valdivia (2008).

Cuadro 3 Resultados del modelo espacial en educación para los municipios de Michoacán, 1990-2020

Base de datos	1. Mich			
Peso espacial	1. WMich			
Variable Dependiente	Eficiencia Promedio			
Media	0.222712	Número de observaciones	113	
Desviación estándar	0.121424	Número de variables	4	
Coefficiente Lag (Lambda)	0.322942	Grados de Libertad	109	
R ²	0.519822	Log-verosimilitud	118.093	
Sigma-cuadrado	7.08E-03	Criterio de Inf. Akaike	-228.185	
E. E de la regresión	0.0841407	Criterio de Schwarz	-217.276	
Variable	Coefficiente	Error Estándar	Estadístico - t	Probabilidad
W_Efpro	0.322942	0.0889933	3.62883	0.00028
CONSTANTE	0.129894	0.0198731	6.53619	0.00000
Matriculación	-1.91E-05	2.57E-06	-7.43766	0.00000
Gasto Público en Educación	0.000894888	0.000133345	6.71108	0.00000
Diagnóstico de la Regresión				
Diagnóstico para Heterocedasticidad				
Coeficientes Aleatorios				
Prueba	DF	Valor	Probabilidad	
Breusch-Pagan test	2	3.4408	0.17899	
Diagnóstico de Dependencia Espacial				
Dependencia Espacial Lag para la Matriz de Pesos: 1. Wmich				
Prueba	DF	Valor	Probabilidad	
Likelihood Ratio Test	1	10.3095	0.00132	

Fuente: Elaboración propia con base en datos de INEGI (2024 a-i), SEP (2024), CONEVAL (2024) y Banco de México; y utilizando el programa GeoDa

Conclusiones

Michoacán y sus municipios enfrentan desafíos significativos en términos del IDH y el Índice de Educación del IDH, con un crecimiento insuficiente y grandes desigualdades regionales. A pesar de mejoras en alfabetización y gasto educativo, persisten disparidades marcadas en infraestructura, número de docentes y niveles de matriculación escolar. Para mejorar el bienestar y desarrollo social de la región, es crucial abordar estos retos de manera integral.

En esta investigación se evaluó la eficiencia de los 113 municipios de la entidad en la generación de bienestar educativo durante el período 1990-2020 y se determinó la influencia de los factores espaciales en este proceso. Partiendo de los conceptos de desarrollo humano, eficiencia y dependencia espacial, se calculó un modelo DEA, se determinó el IML y se realizó un modelo de regresión espacial, utilizando el software R. Las variables empleadas en los modelos se obtuvieron de las bases estadísticas del Banco de México, el CONAPO, el INEGI y la SEP.

Los resultados de la investigación indican que entre 1990 y 2020, municipios como Aporo, Briseñas, Jacona, Morelia, Uruapan y Zináparo fueron los más eficientes en el uso de recursos educativos, logrando mayores niveles de alfabetización y menores rezagos educativos. En contraste, municipios como Nocupétaro, Tumbiscatío y Susupuato fueron los más ineficientes. Se observó, también, que la productividad en términos generales mejoró debido a un incremento en la eficiencia y a un avance tecnológico en el ámbito educativo; sin embargo, los municipios tienen comportamientos variados en términos de la evolución de su productividad. Además, se identificó una dependencia espacial positiva, sugiriendo que la eficiencia educativa está influenciada tanto por la gestión de recursos como por factores espaciales, es decir, que la proximidad a municipios con altos niveles de matriculación y gasto educativo mejora la eficiencia. Estos resultados coinciden con los hallazgos de Aparicio *et al.* (2019), Arriaga y Gómez (2019), Delfín *et al.* (2023), Gerónimo (2016), Gerónimo *et al.* (2020), Melo-Becerra *et al.* (2020), Moranchel-Bustos y Carbajal (2019), Seijas (2005), Sicilia (2014), Torres-Samuel *et al.* (2020) y Valdivia (2008).

De acuerdo con los resultados de la investigación, es crucial aumentar la inversión en educación y asegurar una distribución equitativa de los recursos, con un enfoque especial en los municipios más rezagados. También se debe fomentar la colaboración y el intercambio de buenas prácticas entre municipios eficientes y aquellos con menores niveles de eficiencia. Asimismo, es esencial implementar políticas que consideren los factores espaciales para promover el acceso a servicios educativos de calidad. Además, es fundamental monitorear continuamente los avances y realizar ajustes basados en estas evaluaciones, garantizando así mejoras sostenibles en el bienestar educativo de los municipios del estado de Michoacán.

Futuras líneas de investigación podrían incluir un análisis más detallado de la incidencia de otras variables socioeconómicas en la eficiencia educativa, la aplicación de modelos avanzados de econometría espacial para comprender mejor la dependencia espacial y la evaluación del impacto de políticas públicas específicas en la mejora de la eficiencia educativa. Además, se podría investigar las dinámicas de cambio en la eficiencia educativa durante periodos de crisis, como la pandemia de COVID-19, y comparar la eficiencia educativa entre diferentes estados o regiones para identificar mejores prácticas y áreas de mejora.

Agradecimientos

Francisco Javier Ayvar Campos agradece el apoyo y financiamiento del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) de México para la realización de esta investigación. Ello en el marco de la Estancia Sabática en el Extranjero 2023.

Bibliografía

- Aghayi, N., Tavana, M., & Maleki, B. (2019). A Malmquist productivity index with the directional distance function and uncertain data. *Scientia Iranica*, 26(6), 3819–3834.
- Anselin, L., Florax, R. & Rey, S. (2004). *Advances in spatial econometrics*. Springer Berlin Heidelberg.
- Aparicio, J., Cordero, J. & Ortiz, L. (2019). Measuring efficiency in education: The influence of imprecision and variability in data on DEA estimates. *Socio-Economic Planning Sciences*, 68, 100698.
- Arbia, G. & Baltagi, B. (2009). *Spatial Econometrics. Methods and applications*. Physica-Verlag HD.
- Arboleda, D. & Ortiz Rosero, Á. (2018). Convergencia regional en el departamento del Meta, Colombia: un enfoque desde el desarrollo humano. *Lecturas de Economía*, 89, 221–254.
- Arriaga, E. & Gómez, M. (2019). El gasto para infraestructura de educación básica en Michoacán y sus determinantes, 2017. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 24(82), 719–743.
- Banco de México (Banxico). (2024). Índice Nacional de Precios al Consumidor y sus componentes mensuales. Sistema de Información Económica.
<http://www.banxico.org.mx/SieInternet/consultarDirectorioInternetAction.do?sector=8&accion=consultarCuadroAnalitico&idCuadro=CA55&locale=es>
- Banco Mundial (BM). (2024). Indicadores del Desarrollo Mundial. Banco de Datos.
<http://databank.bancomundial.org/data/reports.aspx?source=2&series=NE.EXP.GNFS.ZS&country=>
- Banker, R., Charnes, A. & Cooper, W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30(9), 1078–1092.
- Bansal, P. & Mehra, A. (2022). Malmquist-Luenberger productivity indexes for dynamic network DEA with undesirable outputs and negative data. *RAIRO - Operations Research*, 56(2), 649–687.
- Bemowski, K. (1991). The benchmarking bandwagon. *Quality Progress*, 24(1), 19–24.
- Bilbao-Ubillos, J. (2013). Another approach to measuring human development: The composite dynamic Human Development Index. *Social Indicators Research*, 111(2), 473–484.
- Blancard, S. & Hoarau, J. (2013). A new sustainable human development indicator for small island developing states: A reappraisal from data envelopment analysis. *Economic Modelling*, 30, 623–635.
- Caves, D., Christensen, L. & Diewert, W. (1982). The economic theory of index numbers and the measurement of input, output, and productivity. *Econometrica*, 50(6), 1393–1414.
- Charnes, A., Cooper, W. & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429–444.
- Chen, S., Li, A., Hu, L. & N'Drin, M. (2024). Understanding the efficiency in generating human development in Sub-Saharan Africa: A Two-Stage Network DEA Approach. *Social Indicators Research*, 171(1), 295–324.
- Consejo Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social (CONEVAL). (2024). Pobreza a nivel municipio 2010-2020. Medición de La Pobreza. <https://www.coneval.org.mx/Medicion/Paginas/Pobreza-municipio-2010-2020.aspx>
- Consejo Nacional de Población (CONAPO). (2024). Esperanza de Vida al Nacer. Base de datos de la conciliación demográfica 1950 a 2019 y proyecciones de la población de México 2020 a 2070. <https://www.gob.mx/conapo/documentos/bases-de-datos-de-la-conciliacion-demografica-1950-a-2019-y-proyecciones-de-la-poblacion-de-mexico-2020-a-2070>

- Cooper, W., Seiford, L. & Tone, K. (2007). *Data Envelopment Analysis. A Comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver Software*. Springer Science & Business Media.
- Cooper, W., Seiford, L. & Zhu, J. (2011). *Handbook on Data Envelopment Analysis*. Springer.
- Delfín, O., Navarro, J. & Cardona, G. (2023). Eficiencia de la educación secundaria en México, 2010-2017: Un estudio a nivel municipal a través del análisis de la envolvente de datos. *Perfiles Latinoamericanos*, 32(63), 1-28.
- Dutta, S. (2011). Efficiency in Human Development Achievement: A study of Indian States. *Margin-The Journal of Applied Economic Research*, 5(4), 421–450.
- Epstein, H. & Marconi, S. (2014). América Latina y el Caribe: Estimación de las series en paridades de poder adquisitivo (PPA): Un ejercicio preliminar para el período 2000-2011 (85; Estudios Estadísticos). <https://www.cepal.org/es/publicaciones/35895-america-latina-caribe-estimacion-series-paridades-poder-adquisitivo-ppa-un>
- Escosura, L. (2010). Improving human development: A long-run view. *Journal of Economic Surveys*, 24(5), 841–894.
- Färe, R., Grosskopf, S., Lovell, C. & Pasurka, C. (1989). Multilateral productivity comparisons when some outputs are undesirable: a nonparametric approach. *The Review of Economics and Statistics*, 71(1), 90–98.
- Favila, A. & Hernández, P. (2019). La desigualdad educativa en Michoacán medida a través del coeficiente de Gini. *IE Revista de Investigación Educativa de La REDIECH*, 10(19), 139–153.
- Favila, A., Navarro, J., Favila, A. & Navarro, J. (2017). Desigualdad educativa y su relación con la distribución del ingreso en los estados mexicanos. CPU-e. *Revista de Investigación Educativa*, 24, 75–98.
- García, A. (2013). Distribución municipal del ingreso en México: Análisis desde un enfoque espacial. *Quantitativa*, 2(1), 125–141.
- Gerónimo, V. (2016). Disparidades municipales en desarrollo humano en Oaxaca: Evidencia desde un enfoque espacial. *Revista de Economía, Facultad de Economía, Universidad Autónoma de Yucatán*, 33(86), 9.
- Gerónimo, V., Marina, J. & Vázquez, A. (2020). Patrones y dinámicas espaciales de desarrollo humano en los municipios de México. *Desarrollo y Sociedad*, 2020(85), 111–155.
- Harttgen, K. & Klasen, S. (2012). A household-based human development index. *World Development*, 40(5), 878–899.
- Herrero, C., Martínez, R. & Villas, A. (2012). A newer human development index. *Journal of Human Development and Capabilities*, 13(2), 247–268.
- Hirai, T. (2017). *The creation of the human development approach*. Palgrave Macmillan Cham.
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). (2024a). Censo de Población y Vivienda 2020. Censos y Conteos de Población y Vivienda. Censos y Conteos. <https://www.inegi.org.mx/programas/ccpv/2020/>
- INEGI. (2024b). Encuesta Intercensal 2015. Especiales. Encuestas. <https://www.inegi.org.mx/programas/intercensal/2015/>
- INEGI. (2024c). Estadísticas Históricas de México. Publicaciones. <https://www.inegi.org.mx/app/biblioteca/ficha.html?upc=702825460402>
- INEGI. (2024d). Estadísticas Históricas de México 2009. Publicaciones. <https://www.inegi.org.mx/app/biblioteca/ficha.html?upc=702825460792>

- INEGI. (2024e). Estadísticas Históricas de México 2014. Publicaciones.
<https://www.inegi.org.mx/app/biblioteca/ficha.html?upc=702825058203>
- INEGI. (2024f). Maestros y escuelas por entidad federativa según nivel educativo. Características Educativas de la Población. Educación.
https://www.inegi.org.mx/app/tabulados/interactivos/?pxq=Educacion_Educacion_07_18f53231-7793-4062-9f59-7db439aaba9
- INEGI. (2024g). Producto Interno Bruto (PIB)-Trimestral. Base 2013. Subsistema de Información Económica.
<https://www.inegi.org.mx/programas/pib/2013/#tabulados>
- INEGI. (2024h). Producto Interno Bruto por Entidad Federativa. Cuentas Nacionales.
<http://www.inegi.org.mx/sistemas/bie/>
- INEGI. (2024i). Series Históricas. Censos y Conteos de Población y Vivienda. Censos y Conteos.
<https://www.inegi.org.mx/programas/ccpv/cpvsh/>
- Jahanshahloo, G., Hosseinzadeh, F., Maddahi, R. & Jafari, Y. (2012). Efficiency and benchmarking in the presence of undesirable (bad) outputs: A DEA approach. *International Journal of Applied Mathematical Research*, 1(2), 178-188.
- Jahanshahloo, G., Lotfi, F., Shoja, N., Tohidi, G. & Razavyan, S. (2005). Undesirable inputs and outputs in DEA models. *Applied Mathematics and Computation*, 169(2), 917-925.
- Kao, C. & Hwang, S.-N. (2021). Measuring the effects of undesirable outputs on the efficiency of production units. *European Journal of Operational Research*, 292(3), 996-1003.
- Leija, H. & Saltillo, D. (2019). Efectos sociodemográficos en la pobreza municipal en México. Un estudio de econometría espacial. *Revista de Economía*, XXXVI(92), 129-163.
- Lima, P., Paião, G., Santos, T., Furlan, M., Battistelle, R., Silva, G., Ferraz, D. & Mariano, E. (2022). Sustainable human development at the municipal level: A Data Envelopment Analysis index. *Infrastructures*, 7(2), 12.
- Liu, C., Tu, J. & He, Y. (2023). Measurement of China's human development index and analysis of Its influencing factors from the perspective of new development concept. *Social Indicators Research*, 167(1-3), 213-268.
- Liu, W., Meng, W., Li, X. & Zhang, D. (2010). DEA models with undesirable inputs and outputs. *Annals of Operations Research*, 173(1), 177-194.
- Mahani, A., Hadian, M., Ghaderi, H., Barouni, M., Shakibaei, A. & Bahrami, M. (2012). Comparing the efficiency of Kerman Province towns in acquiring Human Development Index via Data Envelopment Analysis. *Iranian Red Crescent Medical Journal*, 14(4), 248-249.
- Malmquist, S. (1953). Index numbers and indifference surfaces. *Trabajos de Estadística*, 4(2), 209-242.
- Mariano, E., Ferraz, D. & de Oliveira, S. (2021). The Human Development Index with multiple Data Envelopment Analysis approaches: A comparative evaluation using social network analysis. *Social Indicators Research*, 157(2), 443-500.
- McNeill, D. (2007). "Human Development": The power of the Idea. *Journal of Human Development*, 8(1), 5-22.
- Melecký, L., Staníčková, M. & Hančlová, J. (2019). Nonparametric approach to evaluation of economic and social development in the EU28 member states by DEA efficiency. *Journal of Risk and Financial Management*, 12(2), 72.
- Melo-Becerra, L., Hahn-De-Castro, L., Ariza, D. & Carmona, C. (2020). Efficiency of local public education in a decentralized context. *International Journal of Educational Development*, 76, 102194.

- Moranchel-Bustos, J. & Carbajal, Y. (2019). Claroscuros en el desarrollo del Estado de México. Un análisis espacial del Índice de Desarrollo Humano. *Paradigma Económico*, 11(1), 101.
- Moreno, R. & Vayá, E. (2000). Técnicas econométricas para el tratamiento de datos espaciales: La econometría espacial. Ediciones de la Universitat de Barcelona.
- Neumayer, E. (2001). The human development index and sustainability - a constructive proposal. *Ecological Economics*, 39(1), 101–114.
- Noorbakhsh, F. (1998). The human development index: Some technical issues and alternative indices. *Journal of International Development*, 10(5), 589–605.
- Ordóñez, J. (2014). Teorías del desarrollo y el papel del Estado. Desarrollo humano y bienestar, propuesta de un indicador complementario al Índice de Desarrollo Humano en México. *Política y Gobierno*, 21(2), 409–441.
- Ortega, A. (1982). Tablas de mortalidad.
https://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/8718/S8200608_es.pdf
- Paelinck, J., Mur, J. & Trivez, F. J. (2015). Modelos para datos espaciales con estructura transversal o de panel. Una revisión. *Estudios de Economía Aplicada*, 33(1), 7–30.
- Palencia, E., Gutiérrez, E., Infante, J. & Cantú, P. (2011). La teoría del desarrollo humano y sustentable: hacia el reforzamiento de la salud como un derecho y libertad universal. *Estudios Sociales*, 19(37), 254–279.
- Pittman, R. (1983). Multilateral productivity comparisons with undesirable outputs. *The Economic Journal*, 93(372), 883–891.
- Programa de Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD). (2011). Informe sobre Desarrollo Humano, México 2011. Informe Sobre Desarrollo Humano. http://hdr.undp.org/sites/default/files/nhdr_mexico_2011.pdf
- Reig, E. & Picazo, A. (2003). Los costes sociales del crecimiento económico: siniestralidad laboral en las regiones españolas. XXIX Reunión de Estudios Regionales, 1–20.
http://www.aecr.org/web/congresos/2003/textos_acept/A.10/I.88.A.pdf
- Rodríguez, L. & Cabrera, J. A. (2017). Análisis espacial de las dinámicas de crecimiento económico en México (1999-2009). *Economía Sociedad y Territorio*, XVII(1), 709.
- Sagar, A. & Najam, A. (1998). The human development index: A critical review. *Ecological Economics*, 25(3), 249–264.
- Salama, Y., Hamed, R. & Rashwan, M. (2022). Modified Human Development Index using Data Envelopment Analysis approach. *Journal of Mathematics and Statistics*, 18(1), 115–133.
- Secretaría de Educación en Michoacán. (2023a). Indicadores educativos Michoacán de Ocampo. Gobierno del Estado de Michoacán. chrome extension://efaidnbnmnnibpcajpcglcfeindmkaj/http://www.edumich.gob.mx/web/indicadores_archivos/INDICADORES EDUCATIVOS 2023 FINAL.pdf
- Secretaría de Educación en Michoacán. (2023b). Panorama Educativo de Michoacán 2023. Educación básica. Gobierno del Estado de Michoacán. chrome extension://efaidnbnmnnibpcajpcglcfeindmkaj/http://www.edumich.gob.mx/web/indicadores_archivos/PANORAMA EDUCATIVO 2023.pdf
- Secretaría de Educación Pública (SEP). (2024). Sistema Interactivo de Consulta de Estadística Educativa. DGPPyEE. <https://www.planeacion.sep.gob.mx/principalescifras/>

- Seiford, L. & Zhu, J. (2002). Modeling undesirable factors in efficiency evaluation. *European Journal of Operational Research*, 142(1), 16–20.
- Seijas, A. (2005). Análisis de la eficiencia técnica en la educación secundaria. *Estudios de Economía Aplicada*, 23(2), 299–322.
- Serra, D. (2004). Métodos cuantitativos para la toma de decisiones. Ediciones Gestión 2000, S.A.
- Shetty, U. & Pakkala, T. (2010). Multistage method of measuring human development through improved directional distance formulation of Data Envelopment Analysis: Application to Indian States. *Opsearch*, 47(3), 177–194.
- Sicilia, G. (2014). Factores explicativos de la eficiencia educativa en Uruguay: Evidencia a partir de PISA 2012. *Páginas de Educación*, 7(1), 60–87.
- Stapleton, L. & Garrod, G. (2007). Keeping things simple: Why the Human Development Index should not diverge from its equal weights assumption. *Social Indicators Research*, 84(2), 179–188.
- Streeten, P. (1994). Human development: Means and ends. *The American Economic Review*, 84(2), 232–237.
- Suin-Guaraca, L., Feijoo-Criollo, E. & Suin-Guaraca, F. (2021). La salud en territorio: Una aproximación a la eficiencia técnica del sistema de salud en el Ecuador mediante el Análisis Envoltante de Datos DEA. *UDA AKADEM*, 7, 130–157.
- Torres-Samuel, M., Vásquez, C., Luna, M., Bucci, N., Vilorio, A., Crissien, T. & Manosalva, J. (2020). Performance of education and research in Latin American countries through Data Envelopment Analysis (DEA). *Procedia Computer Science*, 170, 1023–1028.
- Valdivia, M. (2008). Desigualdad regional en el centro de México: Una exploración espacial de la productividad en el nivel municipal durante el periodo 1988-2003. *Investigaciones Regionales*, 13(12), 5–38.
- Vierstraete, V. (2012). Efficiency in human development: A data envelopment analysis. *The European Journal of Comparative Economics*, 9(3), 425–443.
- Wu, P., Fan, C. & Pan, S. (2014). Does human development index provide rational development rankings? Evidence from efficiency rankings in super efficiency model. *Social Indicators Research*, 116(2), 647–658.
- Ziorgiannis, N., Krutilla, K., Tripodis, Y. & Fledderman, K. (2019). Human development over time: An empirical comparison of a dynamic index and the standard HDI. *Social Indicators Research*, 142(2), 773–798. <https://doi.org/10.1007/s11205-018-1926-z>

Anexo

Cuadro 1A Índice de desarrollo humano por municipio de Michoacán, 1990 - 2020

Municipio	1990	1995	2000	2005	2010	2015	2020	Municipio	1990	1995	2000	2005	2010	2015	2020
Acuitzio	0.656	0.663	0.692	0.701	0.706	0.726	0.713	Nuevo Parangaricutiro	0.682	0.684	0.711	0.727	0.724	0.738	0.720
Aguillilla	0.649	0.636	0.672	0.687	0.691	0.700	0.683	Nuevo Urecho	0.637	0.651	0.663	0.677	0.684	0.699	0.685
Álvaro Obregón	0.669	0.666	0.681	0.696	0.700	0.715	0.701	Numarán	0.667	0.668	0.689	0.696	0.700	0.715	0.698
Angamacutiro	0.669	0.663	0.679	0.697	0.696	0.710	0.698	Ocampo	0.658	0.663	0.686	0.694	0.694	0.712	0.695
Angangueo	0.671	0.693	0.706	0.707	0.711	0.717	0.700	Pajacuarán	0.652	0.650	0.673	0.684	0.690	0.704	0.693
Apatzingán	0.682	0.679	0.709	0.727	0.727	0.741	0.722	Panindícuaro	0.657	0.660	0.676	0.684	0.688	0.702	0.689
Aporo	0.640	0.672	0.693	0.700	0.698	0.709	0.688	Parácuaro	0.652	0.649	0.672	0.685	0.691	0.706	0.697
Aquila	0.633	0.653	0.669	0.672	0.679	0.696	0.690	Paracho	0.689	0.684	0.708	0.719	0.715	0.732	0.715
Ario	0.670	0.663	0.690	0.707	0.712	0.725	0.710	Pátzcuaro	0.694	0.696	0.718	0.734	0.735	0.746	0.727
Arteaga	0.653	0.646	0.680	0.692	0.696	0.711	0.699	Penjamillo	0.659	0.654	0.676	0.678	0.684	0.699	0.685
Briseñas	0.687	0.679	0.700	0.710	0.716	0.721	0.700	Peribán	0.669	0.672	0.696	0.706	0.703	0.720	0.707
Buenavista	0.658	0.659	0.684	0.697	0.701	0.714	0.699	La Piedad	0.704	0.700	0.721	0.735	0.737	0.751	0.728
Carácuaro	0.615	0.627	0.652	0.670	0.687	0.700	0.686	Purépero	0.691	0.694	0.723	0.723	0.722	0.734	0.715
Coahuayana	0.679	0.683	0.690	0.709	0.702	0.713	0.700	Puruándiro	0.664	0.661	0.690	0.703	0.709	0.721	0.706
Coalcomán	0.657	0.657	0.688	0.692	0.700	0.716	0.703	Queréndaro	0.667	0.660	0.693	0.704	0.707	0.719	0.703
Coeneo	0.661	0.655	0.683	0.685	0.683	0.701	0.691	Quiroga	0.684	0.690	0.718	0.721	0.718	0.731	0.710
Contepec	0.651	0.654	0.677	0.687	0.695	0.711	0.700	Cojumatlán	0.657	0.652	0.673	0.684	0.693	0.704	0.688
Copándaro	0.642	0.636	0.667	0.685	0.691	0.702	0.690	Los Reyes	0.684	0.692	0.710	0.728	0.719	0.736	0.719
Cotija	0.672	0.659	0.689	0.707	0.704	0.718	0.702	Sahuayo	0.703	0.704	0.726	0.746	0.742	0.751	0.732
Cuitzeo	0.657	0.666	0.689	0.695	0.701	0.714	0.701	San Lucas	0.634	0.648	0.674	0.688	0.687	0.703	0.688
Charapan	0.633	0.624	0.654	0.673	0.683	0.697	0.680	Santa Ana Maya	0.664	0.670	0.684	0.690	0.691	0.703	0.695
Charo	0.681	0.684	0.707	0.705	0.704	0.728	0.720	Salvador Escalante	0.655	0.650	0.683	0.694	0.691	0.709	0.694
Chavinda	0.660	0.659	0.677	0.690	0.697	0.711	0.695	Senguio	0.648	0.656	0.676	0.688	0.688	0.701	0.692
Cherán	0.666	0.667	0.691	0.707	0.702	0.718	0.703	Susupuato	0.611	0.619	0.635	0.652	0.656	0.666	0.659
Chilchota	0.670	0.679	0.701	0.714	0.707	0.722	0.706	Tacambaro	0.661	0.673	0.688	0.709	0.709	0.723	0.709
Chinicuilá	0.629	0.632	0.672	0.675	0.675	0.686	0.674	Tancitaro	0.638	0.650	0.673	0.684	0.692	0.708	0.699
Chucándiro	0.644	0.639	0.656	0.657	0.667	0.677	0.663	Tangamandapio	0.655	0.669	0.681	0.703	0.705	0.716	0.701
Churintzio	0.671	0.683	0.702	0.705	0.695	0.709	0.696	Tangancicuaro	0.673	0.667	0.690	0.704	0.704	0.718	0.701
Churumuco	0.611	0.623	0.655	0.672	0.680	0.695	0.685	Tanhuato	0.666	0.660	0.687	0.688	0.700	0.712	0.698
Ecuandureo	0.675	0.664	0.683	0.691	0.689	0.703	0.687	Taretan	0.680	0.681	0.702	0.709	0.711	0.721	0.705
Epitacio Huerta	0.643	0.646	0.675	0.668	0.684	0.697	0.690	Tarimbaro	0.667	0.673	0.688	0.716	0.719	0.742	0.728
Erongaricuaro	0.681	0.683	0.703	0.709	0.708	0.722	0.707	Tepalcatepec	0.674	0.674	0.699	0.710	0.715	0.727	0.710
Gabriel Zamora	0.663	0.662	0.680	0.698	0.701	0.713	0.698	Tingambato	0.675	0.686	0.706	0.713	0.713	0.728	0.710
Hidalgo	0.677	0.681	0.707	0.719	0.720	0.733	0.718	Tingüindín	0.680	0.685	0.710	0.714	0.711	0.725	0.712
La Huacana	0.634	0.641	0.668	0.684	0.693	0.708	0.696	Tiquicheo	0.603	0.609	0.641	0.665	0.675	0.692	0.681
Huandacareo	0.667	0.670	0.694	0.703	0.714	0.719	0.699	Tlalpujahua	0.675	0.702	0.698	0.699	0.703	0.715	0.703
Huaniqueo	0.657	0.648	0.669	0.670	0.677	0.685	0.674	Tlazazalca	0.660	0.657	0.670	0.680	0.686	0.696	0.682
Huetamo	0.655	0.657	0.684	0.698	0.705	0.720	0.707	Tocumbo	0.678	0.669	0.697	0.711	0.708	0.719	0.701
Huiramba	0.664	0.670	0.693	0.686	0.697	0.713	0.702	Tumbiscatio	0.607	0.602	0.628	0.651	0.664	0.675	0.664
Indaparapeo	0.662	0.667	0.684	0.701	0.700	0.715	0.696	Turicato	0.608	0.614	0.647	0.665	0.678	0.692	0.679
Irimbo	0.658	0.668	0.703	0.724	0.715	0.724	0.710	Tuxpan	0.674	0.670	0.699	0.709	0.714	0.726	0.712
Ixtlán	0.664	0.659	0.682	0.692	0.692	0.703	0.687	Tuzantla	0.618	0.617	0.646	0.660	0.671	0.684	0.674
Jacona	0.683	0.675	0.707	0.712	0.717	0.728	0.711	Tzintzuntzan	0.679	0.692	0.714	0.719	0.708	0.726	0.708
Jiménez	0.666	0.670	0.686	0.690	0.700	0.708	0.694	Tzitzio	0.620	0.610	0.635	0.649	0.665	0.684	0.680
Jiquilpan	0.693	0.699	0.716	0.735	0.726	0.740	0.720	Uruapan	0.707	0.707	0.725	0.744	0.744	0.757	0.735
Juárez	0.660	0.663	0.680	0.688	0.690	0.705	0.697	Venustiano Carranza	0.667	0.670	0.698	0.709	0.713	0.724	0.704
Jungapeo	0.664	0.658	0.683	0.686	0.688	0.707	0.698	Villamar	0.656	0.644	0.669	0.685	0.686	0.696	0.683
Lagunillas	0.664	0.656	0.684	0.698	0.701	0.710	0.687	Vista Hermosa	0.671	0.670	0.692	0.704	0.702	0.717	0.702
Madero	0.626	0.638	0.657	0.678	0.684	0.698	0.688	Yurécuaro	0.683	0.669	0.697	0.709	0.712	0.723	0.701
Maravatío	0.667	0.674	0.694	0.708	0.709	0.727	0.712	Zacapu	0.705	0.701	0.726	0.735	0.735	0.748	0.727
Marcos Castellanos	0.709	0.701	0.721	0.739	0.727	0.740	0.718	Zamora	0.705	0.703	0.723	0.734	0.734	0.748	0.726
Lázaro Cárdenas	0.712	0.715	0.734	0.747	0.742	0.753	0.731	Zináparo	0.672	0.678	0.700	0.696	0.702	0.710	0.693
Morelia	0.731	0.729	0.746	0.760	0.758	0.770	0.747	Zinapécuaro	0.670	0.677	0.699	0.708	0.705	0.721	0.710
Morelos	0.652	0.654	0.676	0.677	0.686	0.696	0.680	Ziracuaretiro	0.680	0.680	0.689	0.702	0.708	0.720	0.706
Múgica	0.671	0.672	0.694	0.712	0.711	0.725	0.710	Zitácuaro	0.687	0.685	0.710	0.732	0.726	0.744	0.729
Nahuatzen	0.649	0.659	0.682	0.687	0.685	0.704	0.692	José Sixto Verduzco	0.656	0.651	0.674	0.685	0.690	0.709	0.696
Nocupétaro	0.617	0.629	0.649	0.669	0.675	0.695	0.686	Total Estatal	0.663	0.665	0.688	0.699	0.702	0.715	0.700

Fuente: Elaboración propia con base en datos publicados por el Banxico (2024), el BM (2024), el CONAPO (2024), el INEGI (2024a-i) y la SEP (2024), y empleando la metodología de Epstein y Marconi (2014), Ortega (1982) y PNUD (2011).

Cuadro 2A

Índice de educación por municipio de Michoacán, 1990 - 2020

Municipio	1990	1995	2000	2005	2010	2015	2020	Municipio	1990	1995	2000	2005	2010	2015	2020
Acutzio	0.604	0.616	0.648	0.652	0.672	0.684	0.696	Nuevo Parangaricutiro	0.634	0.651	0.667	0.691	0.684	0.697	0.708
Aguillilla	0.568	0.547	0.593	0.608	0.626	0.626	0.626	Nuevo Urecho	0.565	0.587	0.621	0.647	0.653	0.663	0.672
Álvaro Obregón	0.629	0.634	0.641	0.647	0.660	0.672	0.682	Numarán	0.647	0.647	0.655	0.656	0.671	0.674	0.676
Angamacutiro	0.644	0.646	0.649	0.660	0.651	0.660	0.669	Ocampo	0.610	0.620	0.630	0.657	0.662	0.673	0.684
Angangueo	0.647	0.677	0.678	0.670	0.674	0.682	0.690	Pajacuarán	0.608	0.597	0.624	0.625	0.638	0.652	0.664
Apatzingán	0.616	0.610	0.648	0.657	0.660	0.669	0.677	Panindícuaro	0.619	0.638	0.641	0.646	0.643	0.652	0.662
Aporo	0.599	0.642	0.652	0.671	0.670	0.682	0.692	Parácuaro	0.598	0.599	0.625	0.630	0.640	0.648	0.654
Aquila	0.547	0.617	0.625	0.624	0.639	0.652	0.665	Paracho	0.614	0.615	0.638	0.654	0.653	0.668	0.682
Ario	0.618	0.607	0.643	0.653	0.659	0.672	0.684	Pátzcuaro	0.653	0.649	0.673	0.684	0.688	0.696	0.704
Arteaga	0.578	0.575	0.611	0.637	0.633	0.646	0.659	Penjamillo	0.629	0.636	0.641	0.636	0.644	0.653	0.662
Briseñas	0.658	0.643	0.653	0.665	0.668	0.676	0.683	Peribán	0.624	0.637	0.658	0.669	0.671	0.681	0.689
Buenavista	0.579	0.594	0.609	0.625	0.628	0.634	0.639	La Piedad	0.667	0.669	0.684	0.689	0.692	0.695	0.699
Carácuaro	0.497	0.560	0.595	0.617	0.635	0.642	0.649	Purépero	0.668	0.672	0.682	0.678	0.683	0.688	0.693
Coahuayana	0.633	0.647	0.643	0.657	0.651	0.655	0.658	Puruándiro	0.623	0.622	0.648	0.657	0.664	0.671	0.677
Coalcomán	0.578	0.587	0.620	0.624	0.650	0.662	0.674	Queréndaro	0.627	0.622	0.653	0.653	0.667	0.673	0.679
Coeneo	0.635	0.622	0.639	0.634	0.640	0.649	0.658	Quiroga	0.609	0.615	0.638	0.643	0.646	0.655	0.665
Contepec	0.601	0.617	0.629	0.654	0.660	0.670	0.679	Cojumatlán	0.610	0.604	0.609	0.622	0.636	0.648	0.658
Copándaro	0.619	0.622	0.638	0.660	0.660	0.676	0.685	Los Reyes	0.618	0.631	0.651	0.664	0.659	0.670	0.678
Cotija	0.613	0.600	0.626	0.640	0.642	0.653	0.662	Sahuayo	0.637	0.646	0.666	0.682	0.683	0.688	0.693
Cuitzeo	0.610	0.624	0.626	0.638	0.652	0.665	0.676	San Lucas	0.563	0.574	0.590	0.597	0.595	0.612	0.630
Charapan	0.507	0.517	0.565	0.582	0.591	0.610	0.627	Santa Ana Maya	0.616	0.630	0.634	0.645	0.654	0.662	0.671
Charo	0.633	0.639	0.655	0.660	0.668	0.693	0.714	Salvador Escalante	0.607	0.596	0.631	0.650	0.644	0.656	0.667
Chavinda	0.631	0.627	0.639	0.638	0.645	0.653	0.660	Senguio	0.591	0.620	0.639	0.663	0.668	0.673	0.677
Cherán	0.620	0.619	0.638	0.660	0.648	0.660	0.671	Susupuato	0.497	0.545	0.562	0.605	0.607	0.613	0.618
Chilchota	0.584	0.606	0.623	0.651	0.632	0.649	0.664	Tacámbaro	0.598	0.625	0.638	0.659	0.660	0.669	0.677
Chinicuila	0.538	0.582	0.636	0.651	0.657	0.663	0.669	Tancítaro	0.556	0.600	0.622	0.641	0.661	0.672	0.682
Chucándiro	0.607	0.624	0.630	0.617	0.627	0.631	0.635	Tangamandapio	0.554	0.591	0.600	0.628	0.642	0.648	0.653
Churintzio	0.668	0.676	0.671	0.673	0.671	0.676	0.682	Tangancicuaro	0.607	0.600	0.623	0.632	0.641	0.648	0.655
Churumuco	0.511	0.567	0.613	0.633	0.636	0.642	0.649	Tanhuato	0.632	0.616	0.651	0.650	0.653	0.663	0.672
Ecuandureo	0.637	0.630	0.639	0.641	0.644	0.646	0.648	Taretan	0.635	0.646	0.660	0.662	0.677	0.679	0.681
Epitacio Huerta	0.569	0.599	0.618	0.617	0.653	0.665	0.678	Tarímbaro	0.620	0.637	0.644	0.683	0.699	0.716	0.726
Erongaricutiro	0.628	0.630	0.636	0.655	0.656	0.667	0.678	Tepecatepec	0.596	0.606	0.636	0.645	0.648	0.658	0.667
Gabriel Zamora	0.591	0.600	0.618	0.644	0.651	0.656	0.661	Tingambato	0.622	0.646	0.662	0.677	0.685	0.692	0.698
Hidalgo	0.623	0.627	0.650	0.664	0.673	0.685	0.695	Tingüindín	0.634	0.642	0.658	0.669	0.662	0.676	0.689
La Huacana	0.546	0.576	0.617	0.626	0.635	0.643	0.652	Tiquicheo	0.495	0.522	0.569	0.589	0.601	0.616	0.632
Huandacareo	0.622	0.622	0.636	0.641	0.670	0.676	0.682	Tlalpujahua	0.630	0.674	0.653	0.673	0.675	0.681	0.686
Huaniqueo	0.618	0.619	0.633	0.627	0.635	0.643	0.652	Tlazazalca	0.622	0.616	0.621	0.618	0.627	0.632	0.638
Huelamo	0.582	0.586	0.613	0.614	0.623	0.638	0.653	Tocumbo	0.613	0.601	0.636	0.638	0.642	0.651	0.660
Huiramba	0.621	0.655	0.673	0.670	0.679	0.687	0.694	Tumbiscatio	0.485	0.511	0.540	0.577	0.599	0.605	0.614
Indaparapeo	0.622	0.627	0.637	0.656	0.652	0.665	0.677	Tricaco	0.506	0.523	0.569	0.593	0.617	0.626	0.637
Irimbo	0.598	0.609	0.652	0.677	0.678	0.686	0.694	Tuxpan	0.654	0.647	0.672	0.677	0.681	0.688	0.695
Ixtlán	0.601	0.597	0.622	0.632	0.633	0.643	0.651	Tuzantla	0.540	0.559	0.586	0.593	0.610	0.620	0.630
Jacona	0.620	0.622	0.648	0.660	0.661	0.666	0.671	Tzintzuntzan	0.621	0.646	0.657	0.666	0.659	0.666	0.672
Jiménez	0.650	0.654	0.655	0.645	0.657	0.666	0.675	Tzitzio	0.541	0.551	0.579	0.598	0.616	0.639	0.662
Jiquilpan	0.653	0.667	0.674	0.683	0.674	0.684	0.692	Uruapan	0.675	0.672	0.684	0.695	0.697	0.702	0.707
Juárez	0.605	0.623	0.629	0.646	0.647	0.659	0.670	Venustiano Carranza	0.633	0.624	0.647	0.650	0.661	0.665	0.668
Jungapeo	0.616	0.621	0.648	0.647	0.647	0.665	0.682	Villamar	0.620	0.609	0.628	0.629	0.638	0.640	0.642
Lagunillas	0.630	0.623	0.654	0.665	0.669	0.671	0.673	Vista Hermosa	0.641	0.646	0.646	0.659	0.658	0.671	0.682
Madero	0.513	0.580	0.592	0.627	0.642	0.646	0.650	Yurécuaro	0.647	0.624	0.649	0.653	0.649	0.651	0.653
Maravatío	0.612	0.641	0.649	0.666	0.671	0.679	0.685	Zacapu	0.683	0.677	0.691	0.691	0.693	0.697	0.701
Marcos Castellanos	0.664	0.673	0.686	0.710	0.687	0.694	0.701	Zamora	0.658	0.663	0.677	0.683	0.675	0.683	0.690
Lázaro Cárdenas	0.680	0.683	0.699	0.707	0.701	0.706	0.710	Zináparo	0.650	0.653	0.658	0.639	0.663	0.667	0.671
Morelia	0.717	0.717	0.728	0.729	0.723	0.725	0.727	Zinapécuaro	0.635	0.649	0.655	0.660	0.660	0.672	0.683
Morelos	0.643	0.643	0.662	0.660	0.671	0.666	0.661	Ziracuaretiro	0.625	0.649	0.654	0.664	0.672	0.681	0.688
Múgica	0.604	0.603	0.633	0.641	0.641	0.650	0.660	Zitácuaro	0.638	0.638	0.660	0.681	0.675	0.689	0.703
Nahuatzen	0.556	0.574	0.599	0.630	0.626	0.645	0.660	José Sixto Verduzco	0.632	0.635	0.649	0.646	0.653	0.661	0.669
Nocupétaro	0.511	0.548	0.576	0.623	0.616	0.628	0.640	Total Estatal	0.608	0.619	0.638	0.649	0.654	0.663	0.672

Fuente: Elaboración propia con base en datos publicados por el INEGI (2024a, b, h), y empleado la metodología del PNUD (2011).