

Simulación de una red neuronal artificial con una muestra pequeña al sector inmobiliario, una aplicación al mercado inmobiliario de la Ciudad de Morelia Michoacán, México.

Simulation of an Artificial Neural Network with a Small Sample in the Real Estate Sector: An Application to the Housing Market of Morelia, Michoacán, Mexico

*José Carlos Preciado Carrillo¹

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo principal el demostrar las bondades que tienen las redes neuronales artificiales al estimar el precio de los inmuebles, atendiendo la importancia de los diferentes órganos e instituciones financieras, tratándose de un activo económico su importancia radica en las instituciones financieras su interés es tomarlo en garantía para un préstamo hipotecario, para los gobiernos municipales, estatales y federales su valor servirá de base para el cobro del impuesto predial, impuesto sobre la renta, impuesto al valor agregado e impuesto por transmisión de dominio, estos son algunos de los tantos usos que tienen el estimar o conocer el valor de los inmuebles. Por tratarse de mercados imperfectos donde los precios oferta no se comportan de forma lineal, las redes neuronales artificiales, y en concreto la red multicapa, utilizando una muestra pequeña, pueden ser una alternativa para la estimación del valor.

Palabras claves: Clasificación de materia, Ofertas de mercado y vivienda, redes neuronales artificiales, matemáticas, matrices, estadística.

Clasificación JEL: R31, C02 Y C45.

Summary

The present work has as main objective to demonstrate the benefits that artificial neural networks have when estimating the price of real estate, taking into account the importance of the different bodies and financial institutions, in the case of an economic asset its importance lies in the financial institutions its interest is to take it as collateral for a mortgage loan, for municipal, state and federal governments its value will serve as the basis

¹ Maestro en Valuación por la Universidad Autónoma de Zacatecas, México. Doctor en Urbanismo, Construcción y Valoraciones por la Universidad Politécnica de Valencia España. Correo electrónico: carlospreciadoc@yahoo.com.mx ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-1375-6563>.

* Autore de correspondencia: carlospreciadoc@yahoo.com.mx

for the collection of property taxes, income tax, value added tax and domain transfer tax, these are some of the many uses that have to estimate or know the value of real estate. As these are imperfect markets where bid prices do not behave linearly, artificial neural networks, and specifically the multilayer network, using a small sample, can be an alternative for value estimation.

Key words: Subject classification, Market and housing offers, artificial neural networks, mathematics, matrices, statistics.

1. Introducción

La valuación de los bienes o activos juegan un papel importante, pues sin ello sería muy imposible tomar buenas decisiones o realizar diferentes tramites, el pago de impuesto catastral o el dejar en garantía ante una institución financiera para obtener un crédito, para las empresas su importancia radica en tomar de base su valor como un activo fijo, por mencionar algunos de entre tantos usos que tiene el hecho de conocer el precio de un inmueble.

En los activos inmobiliarios, existen desde hace tiempo algunos métodos tradicionales de valuación utilizados en diferentes trabajos hechos por profesionales en esta especialidad que utilizando diferentes enfoques se llega a la obtención de un valor monetario. Dentro de ellos se encuentra el enfoque de costos, enfoque de mercado y enfoque de ingresos o de capitalización de rentas, todos los enfoques tienen infinidad de métodos que pueden ser aplicados siendo el de mayor utilidad es el denominado por factores de corrección Preciado J.C. (2011, P.5).

En la valuación de inmuebles existen variables internas y externas que influyen directa e inversamente proporcional al precio, las variables internas son las que pertenecen al propio bien ej., el número de recámaras, números de baños, estancia, comedor, número de cocheras entre otras; las variables externas son todas aquellas que le añaden valor al inmueble ej., entorno, importancia de la vialidad, parques, jardines, centros comerciales por mencionar algunas de ellas.

Preciado J.C. (2011, P.5), ante la imposibilidad real de encontrar comparables u observaciones similares se recurre a las técnicas de homologación, a través de la cual se pretende corregir, ajustar o reducir las diferencias que se presentan entre el inmueble a valorar y los inmuebles seleccionados como comparables o testigos. Se analizan la influencia de las diferentes características o variables comunes entre comparables o inmuebles testigos y el inmueble sujeto a valorar; se realiza el cálculo y se obtiene los factores o corrección, esto se entiende como el ajuste por corrección de las diferencias que existe entre cada uno de los comparables y el inmueble a valorar nos representa el diferencial existente de las variables cualitativas y cuantitativas si es el caso.

Por otro lado, Aznar *et al.* (2008), menciona que cuanto mayor es el incremento económico, mayor es la necesidad de una mejor y más ajustada valoración de los activos de esa sociedad.

El objetivo del presente trabajo es verificar los resultados de la simulación de una red a través del entrenamiento con excel una red neuronal del tipo multicapa *back propagation* para la estimación y predicción de precios de inmuebles utilizando una muestra pequeña a su vez verificar las bondades, que nos dé como resultado una buena capacidad explicativa del precio de los inmuebles.

Otro autor (Gujjarro,2023), mediante un modelo denomina valoración automática de inmuebles residenciales mediante modelos de machine learning.

Comenta como ha sucedido en otros sectores, el rápido avance en la capacidad de procesamiento computacional y la cada vez mayor disponibilidad y detalle de bases de datos en el ámbito inmobiliario, ha

permitido la aplicación de diferentes técnicas vinculadas al ámbito de la inteligencia artificial En su conclusión menciona la valoración de inmuebles de forma individual o en conjunto resulta un proceso clave para muchas decisiones de tipo corporativo y financiero. Se trata de un sector de alta regulación, donde los agentes deben de mostrar de forma periódica la precisión y calidad de sus procesos, la incorporación de la inteligencia artificial de aprendizaje supervisado permite implementar modelos de valoración sobre amplias bases de datos.

De acuerdo con (Cabrero, 2020), el futuro de la valoración inmobiliaria los Big data analytics, la inteligencia artificial y/o el aprendizaje automatizado, conocido en inglés machine learning, permiten afrontar volúmenes de grandes datos y velocidad de crecimiento de datos, los modelos y métodos tradicionales quedan obsoletos ante las nuevas tecnologías pues el uso de grandes bases de datos y muchas variables se obtienen resultados con mayor precisión, concluye su investigación donde menciona del futuro de la valoración inmobiliaria señalando al desarrollo tecnológico vinculado al manejo masivo de datos, permite el ambiente de incertidumbre.

Vies (2023), en su investigación habla de la importancia de la autocorrelación espacial de los inmuebles que tan relacionado está la distancia de cada una de las observaciones con respecto a la distancia del inmueble a valorar, a mayor acercamiento genera mayor al inmueble a valorar, es por ello la denominación autocorrelación espacial, desde luego este tipo de investigaciones requiere la utilización de programas estadísticos de forma automatizada.

Por otro lado, Eguino y Erba (2024), han manifestado en la valuación masiva existen varios métodos y técnicas en dos clasificaciones las paramétricas que se dividen en; zonas homogéneas que integran a la regresión lineal múltiple y regresión espacial y las geoestadísticas con el krigaje ordinario y regresión kriging y su vez el método de valuación masiva como son los métodos no semi paramétricos, la inteligencia artificial que se dividen aprendizaje de máquinas y los métodos de ensamble que a su vez se dividen en bosques aleatorios, gradient boosting machine y xgboost lighgbm cat boost, las conclusiones es que nuevos modelos utilizados de valuaciones masivas obtienen buenos resultados que sirven de base en la valuación masiva para el cobro de impuestos en los municipios brasileños.

En toda la literatura revisada los modelos que se han utilizado es para el trabajos de forma automatizada utilizando una muestra grande tomada de la población, desde luego con buenos resultados cuando se trata inmuebles de uso habitacional, ahora bien, cuando la muestra es pequeña menor a 30 observaciones predecir el valor de hoteles, centros comerciales, naves industriales entre tantos más ya no es posible obtener los mismos resultados pues al ver poca información disponible se limita la valuación automatizada; la propuesta de esta investigación es trabajar con una muestra pequeña utilizando las matemáticas específicamente el álgebra matricial (matrices y vectores), de esta manera obtener el valor a estos inmuebles que suelen ser muy especializados.

1.1. Estructura del trabajo.

El presente trabajo se ha estructurado en nueve epígrafes. El primero de ellos, se introduce el trabajo presentando un resumen, en el segundo es marco teórico de la redes neuronales artificiales donde se describen la introducción a la inteligencia artificial en tiempos actuales y de los campos multidisciplinarios que han hecho aportaciones a la comunidad científica, el tercero se habla de los métodos de valuación, también conocidos en el nombre de enfoques de valuación destacando el enfoque comparativo o de mercado, en el cuarto se realiza una sinopsis sobre la redes neuronales artificiales y las redes neuronales biológicas, en el quinto epígrafe se habla de los modelos de valuación por redes neuronales artificiales y las principales funciones de activación mismas

que son base para la activar las neuronas y el sexto epígrafe se describe el caso de aplicación del modelo, utilizando una muestra pequeña menos a 30 observaciones, la diferentes variables cuantitativa y cualitativas a considera, muestra obtenida en la ciudad de Morelia, asimismo los resultado obtenidos, en el séptimo epígrafe se presentas las conclusiones y agradecimientos, en el epígrafe ocho se presentan algunos gráficos se cierra la investigación con el epígrafe ocho donde se menciona la bibliografía consultada para este trabajo.

2. Marco Teórico de las Redes Neuronales Artificiales.

2.1 Introducción a la Inteligencia Artificial.

En la actualidad existen muchas aplicaciones que involucran la inteligencia artificial, hablar de inteligencia artificial, es demasiado amplio, ya que ésta involucra lógica difusa, redes neuronales artificiales y algoritmos genéticos. Se han realizado muchos avances, se sigue teniendo limitaciones con la red del tipo biológico que vienen siendo las del ser humano, no sin antes reconocer de aplicaciones en las diferentes áreas que han sido benéficas para la sociedad.

Se trata de un campo multidisciplinario, en donde han tenido que ver investigadores de diferentes formaciones profesionales, pues es existencia de infinidad de aplicaciones con buenos resultado entre ellos podemos mencionar algunos investigadores sobre redes neuronales artificiales y regresión hedónica es la de Núñez et al. (2009), Utilizando 1189 observaciones al mercado inmobiliario de la ciudad de Córdoba España, contrasta los modelos de regresión hedónica y las redes neuronales artificiales, obteniendo mejores resultados con el modelo de redes.

Fernández et al. (2012) utiliza un modelo con tres capas: una de entrada, otra intermedia y una capa de salida con red de retropropagación, con 1.442 muestras entre viviendas nuevas y de segunda mano, clasificando tres categorías -alta, media y baja.

Por otro lado, gallego (2004) emplea un modelo de redes multicapa con salida hacia adelante con tres capas, una de entrada, intermedia y una capa de salida, con 12 variables que explican el precio de venta de las viviendas. En una primera prueba utilizan 100 muestras, de las cuales 85 son para el entrenamiento y 15 para la validación. También comparó este modelo con un modelo de regresión múltiple con las mismas 85 muestras. El resultado por regresión múltiple resultó de 15%, con una diferencia de 7%, pues de acuerdo con estos estudios encuentra evidencias donde las redes neuronales artificiales obtienen buenos modelos de aproximación en la valoración inmobiliaria.

Pi-ying (2011) desarrolla un modelo de propagación hacia atrás de la red neuronal artificial. Contrasta el modelo RNA contra un modelo de regresión hedónica, y en sus conclusiones afirma que el modelo de redes neuronales artificiales presenta errores menores con respecto de la regresión hedónica entre 10 y 15 por ciento.

Por otra parte, Limsombunchai (2004) utiliza 200 observaciones, aplicando ambos modelos, y encontrando evidencias con resultados más favorables a las redes neuronales.

Amri et al. (2003) emplean un modelo de red neuronal con múltiples capas y otro modelo neuroborroso, y con base en la lógica borrosa con variables estructurales y geoespaciales; los resultados obtenidos en ambos modelos son muy parecidos, con conclusiones afines y positivas.

En literaturas recientes se pueden encontrar abundantes investigaciones donde se plantea la comparación de modelos de regresión y redes neuronales artificiales, entre ellas podemos mencionar a (Preciado, 2015) valoración de inmuebles urbanos, comparativa modelo regresión multivariable versus redes neuronales

artificiales para la ciudad de Morelia, Michoacán, México, utilizando una muestra de 870 observaciones con resultados favorables a las redes neuronales artificiales.

Los investigadores antes mencionados han trabajado con muestra grande, no sin antes reconocer con buenos resultados.

La propuesta es trabajar con una muestra pequeña, utilizando las matemáticas específicamente el álgebra matricial (matrices y vectores).

3. Métodos de Valuación

En la actualidad se aplican con carácter general tres enfoques o bases de valor básicos de valuación para la obtención del precio de un inmueble.

De acuerdo al consejo de normas internacionales de valuación (IVSC 2022, p.58), enfoque de costos.

El enfoque del coste provee un indicador de valor utilizando el principio económico de que un comprador no pagaría por un activo más que el coste que representaría obtener un activo de igual utilidad, ya sea mediante compra o construcción, a no ser que ello involucrara tiempo, inconvenientes, riesgo u otros factores. El enfoque provee una estimación de valor calculando el coste de reposición o reproducción de un activo y haciendo deducciones por deterioro físico y otras formas pertinentes de obsolescencia.

Enfoque de mercado o valor de mercado.

De acuerdo a (IVSC 2022, p.28), el valor de mercado es la cuantía estimada por la que un activo o pasivo debería intercambiarse en la fecha de valuación entre un comprador dispuesto a comprar y un vendedor dispuesto a vender, en una transacción libre, tras una comercialización adecuada en la que las partes hayan actuado con conocimiento, de manera prudente y sin coacción.

Enfoque de ingresos o valor de renta de mercado.

De acuerdo a (IVSC,2022, p.30), renta de mercado es la cuantía estimada por la cual un derecho sobre un bien inmueble debería arrendarse, en la fecha de valuación, entre un arrendador y un arrendatario dispuestos a contratar, en términos de un contrato de arrendamiento real o hipotético, en una transacción libre, tras una comercialización adecuada en la que las partes hayan actuado con conocimiento, de manera prudente y sin coacción.

Por último, destacamos el enfoque o base de valor comparativo o de mercado, consistente en estimar el precio aplicando factores por corrección de bienes iguales o similares al bien objeto en estudio que han sido vendidos o que se encuentran compitiendo en el mercado.

La mayor parte de las investigaciones empíricas desarrolladas sobre temas de valuación se basan en el enfoque o base de valor comparativo o de mercado, utilizando como muestras principalmente precios de oferta, pues tratándose de un mercado que no es transparente y tan heterogéneo se recurre a este tipo de información.

Como parte fundamental de nuestro análisis, se hará la modelización de la valuación de inmuebles de uso habitacional.

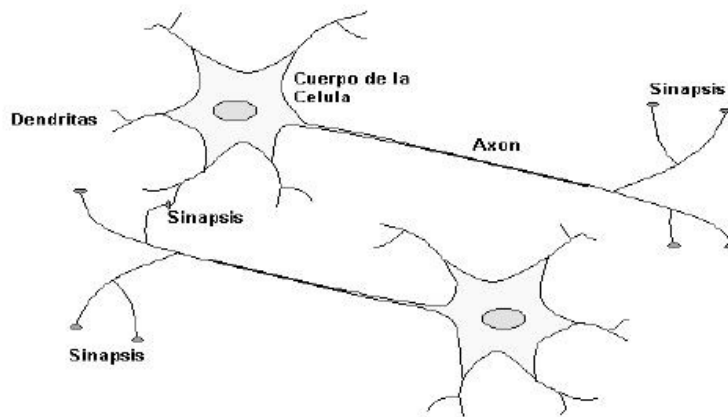
4. Las redes neuronales artificiales

4.1. Redes neuronales biológicas.

Preciado J.C. (2015, p.79) (como se citó en Gayton-Hall 2009), El sistema neuronal del ser humano y el de los animales está compuesto por el sistema nervioso y hormonal. El diseño general del sistema nervioso está conformado por la neurona, unidad funcional básica del sistema nervioso central, este sistema se estima que contiene 100,000 millones de neuronas.

Figura 4.1.

Estructura de una neurona biológica típica.



Fuente: Tomada de la tesis de Aguilar (2008).

Todas las neuronas se identifican 3 partes principales:

- Cuerpo celular o soma.
- Dendritas.
- Axón.

La palabra sinapsis significa la unión de dos neuronas.²

Dendritas son ramas fibrosas que emanan del cuerpo celular.³

Axón son las fibras principales que emanan el cuerpo celular. Es el canal transmisor de los impulsos generados por la célula. Se ramifica en su extremo final para conectar con otras neuronas, a través de las dendritas de estas, que actúan como canales receptores de información.

En la actualidad existen muchas aplicaciones que involucran la inteligencia artificial, hablar de inteligencia artificial, es demasiado amplio, ya que esta involucra lógica difusa, redes neuronales artificiales y algoritmos genéticos. Se han realizado muchos avances, se sigue teniendo limitaciones comparado con la del

² La palabra sinapsis viene del griego *synapto* que significa unión o conexión estrecha.

³ La palabra dendrita viene del griego que significa 'árbol', prolongación ramificada de una neurona.

ser humano, no sin antes reconocer de aplicaciones en las diferentes áreas ha sido benéfico para la sociedad.

Se trata de un campo multidisciplinario, en donde han tenido que ver investigadores de diferente formación profesional; hasta el día de hoy al pinchar en un motor de búsqueda sobre redes neuronales artificiales se encontraran infinidad de aplicaciones en diferentes campos de las ciencias, incluyendo la valuación inmobiliaria.

Las redes neuronales artificiales (RNA) se pueden definir como un dispositivo diseñado a imitación de los sistemas nerviosos de los animales, consistentes en una interconexión de unidades, denominadas neuronas artificiales o elementos de proceso, cuyo funcionamiento se inspira en el de las neuronas biológicas. Pérez (2003, p. 13).

5. Modelo de valuación por redes neuronales artificiales

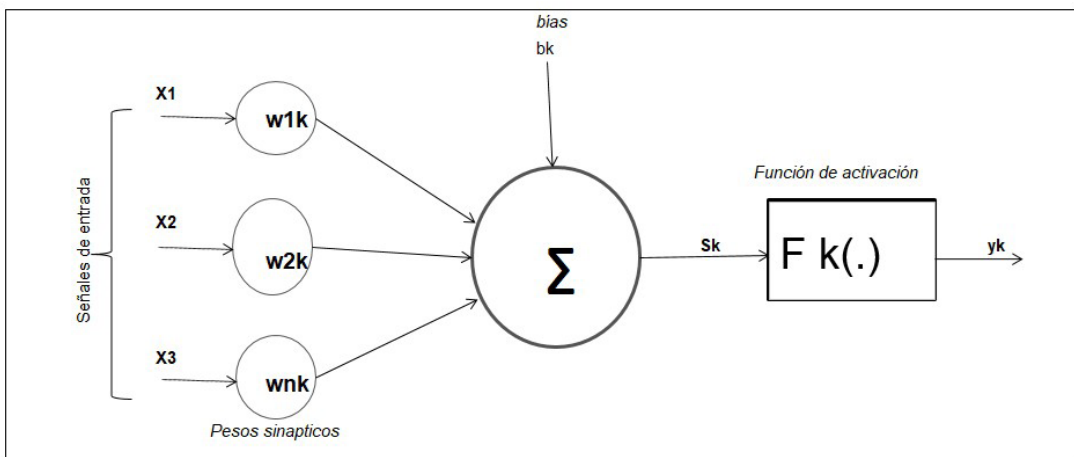
Un conjunto de conexiones o sinapsis caracterizadas cada una de ellas por un peso sináptico, de forma que la señal de entrada X_j , presente en la neurona k , se verá multiplicada por pesos sinápticos W_{jk} . Este peso puede variar en un rango que incluye tanto valores negativos (entrada inhibidora) como valores positivos (entrada excitadora). Corchado *et al.* (2000, p. 6).

La regla de propagación que determina la entrada efectiva o el nivel de excitación de la neurona k , denotada por s_k , a partir de todas las entradas individuales a la misma, donde se considera como entrada efectiva a la suma todas las señales de entrada X_j a la neurona k , ponderadas por sus respectivos pesos sinápticos w_{jk} . Corchado *et al.* (2000, p. 6).

“ F_k , función de activación que determina la salida y_k de la neurona a partir de su nivel de excitación” Corchado *et al.* (2000, p. 6).

El modelo incluye la entrada externa adicional, denominada polarización o “bías” y denotada por b_k , su función es aumentar o disminuir el poder de excitación de la neurona dependiente, si es un valor positivo o negativo. Véase la figura 5.1.

Figura 5.1.



Fuente: Tomada de Corchado *et al.* (2000, p. 6), y adaptación propia.

El modelo matemático se describe de la siguiente manera.

$$SK = \sum_{i=k}^n (W_{jk})(X_j) + bk \quad (5.1)$$

Donde W, representa el peso sináptico de la neurona, X las señales de entrada, b la polarización o bía: disminuir o aumentar el umbral de excitación de la neurona.

Si se considera la polarización bk como peso sináptico de una entrada adicional en el cual su valor siempre será 1, se reescribe la ecuación a una forma homogénea.

Regla de propagación que combine la salida de cada neurona con su correspondiente ponderación por el patrón de conexión.

$$Sk = \sum_{i=k}^n (W_{jk})(X_j) \quad (5.2)$$

Siendo en este caso $W_k = [bk, w_{1k}, \dots, w_{jk}, \dots, w_{nk}]^T$ el vector columna de pesos y $x = [1, x_1, \dots, x_N]$ T el vector columna de entrada, esto a su vez lo podemos escribir de forma vectorial tal que: $y_k = F_k[w_k^T \cdot x]$. Corchado et al. (2000, p. 7).

Dependiendo del tipo de salida, las neuronas pueden tomar valores de 0 o 1 si son discretas. Otro rango de valores que va desde $[0, +1]$ o $[-1, +1]$, si son continuas.

5.1. Principales funciones de activación

Existen cuatro funciones principales de transferencia típicas que determinan diferentes tipos de neuronas: La función escalón, la función lineal y mixta, la sigmoidea y la función gaussiana.

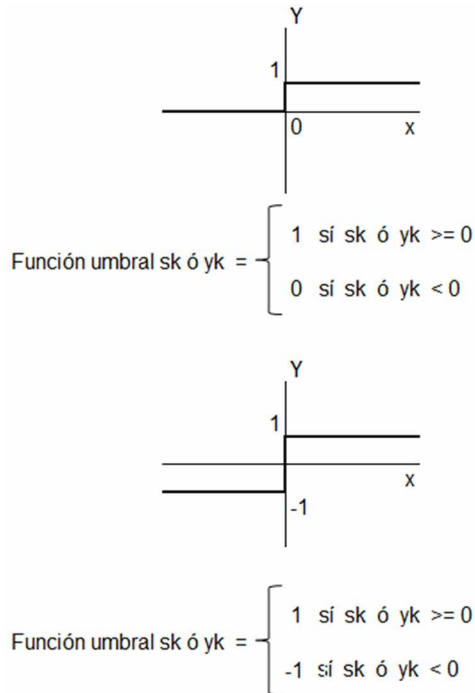
5.1.1. Función de activación escalón

Función escalón o umbral se utiliza cuando la salida de red es de tipo binario, dos posibles valores (0, 1).

La neurona se activará cuando el valor neto de entrada sea igual o mayor al umbral y no se activará en caso contrario. Véanse las ecuaciones 5.3 y 5.4, así como la figura 5.2.

Figura 5.2.

Representación de la función escalón.



Fuente: Propia, readaptada de Hilera y Martínez (1995).

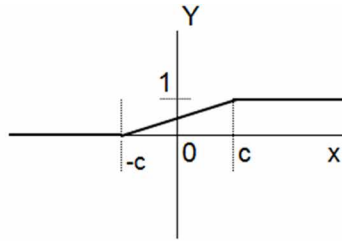
La figura 5.2. Representa dos funciones escalón en ambos casos se toma en cuenta el umbral cero, en caso de que no lo fuera, el escalón quedaría desplazado.

5.2.2. Función de activación lineal y mixta

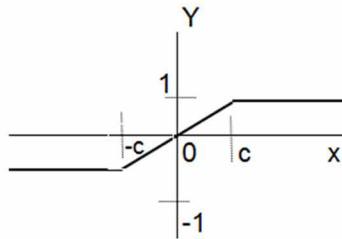
Esta expresión responde a la expresión s_k ó $y_k(x) = x$, las neuronas con función mixta, si la suma de señales de entrada es menor que un límite inferior, la activación se define como 0 (0-1). Si dicha suma es mayor o igual que el límite superior, entonces la activación es 1. Si la suma de entrada está comprendida entre ambos límites, superior e inferior, entonces la activación se define como una función lineal de la suma de las señales de entrada. Véanse las ecuaciones 5.5 y 5.6, así como la figura 5.3.

Figura 5.3.

Representación de la función de activación lineal y mixta.



$$sk \text{ ó } yk(x) = \begin{cases} 0 & \text{sí } x < -c \\ 1 & \text{sí } x > c \\ x/(2c) + 1/2 & \text{en otro caso} \end{cases}$$



$$sk \text{ ó } yk(x) = \begin{cases} -1 & \text{sí } x < -c \\ 1 & \text{sí } x > c \\ a \cdot x & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Fuente: Propia, readaptada de Hilera y Martínez (1995).

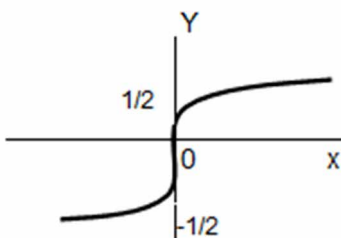
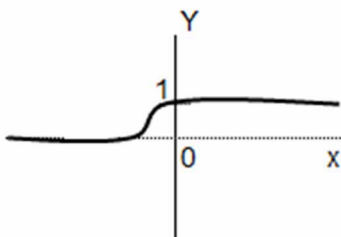
La figura 5.3 representa dos funciones: una lineal y otra mixta, en ambos casos se toma en cuenta el umbral de acuerdo con las ecuaciones [5.5 y 5.6].

5.2.3. Función de activación continua sigmoidal

Es cualquier función definida en el intervalo de posibles valores de entrada con un incremento monótonico y que tenga ambos límites superiores e inferiores (sigmoidal o arco tangente). El valor obtenido de salida debe de estar comprendido en la zona alta o baja del sigmoidal, su derivada es siempre positiva y cercana a cero para valores grandes positivos o negativos. Véanse la ecuación 5.7. y figura 5.4.

Figura 5.4.

Representación de la función de activación sigmoideal.



$$sk \text{ ó } y_k(x) = 1 / (1 + e^{-x})$$

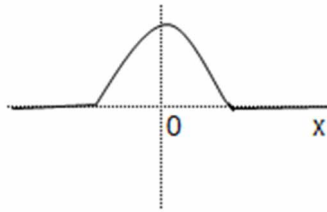
Fuente: Propia, readaptada de Hilera y Martínez (1995).

5.2.4. Función de activación gaussiana

Los centros y anchura de estas funciones pueden ser adaptados. Mapeos que suelen requerir dos niveles ocultos (neuronas en la red que se encuentran entre las de entrada y las de salida), utilizando neuronas con dos funciones de transferencia sigmoideas; algunas veces se pueden realizar con un solo nivel en redes con neuronas de función gaussiana. Hilera y Martínez (1995). Véanse la ecuación 5.8 y la figura 5.5.

Figura 5.5.

Representación de la función de activación gaussiana.



$$sk \text{ ó } yk(x) = A \cdot e^{-Bx^2}$$

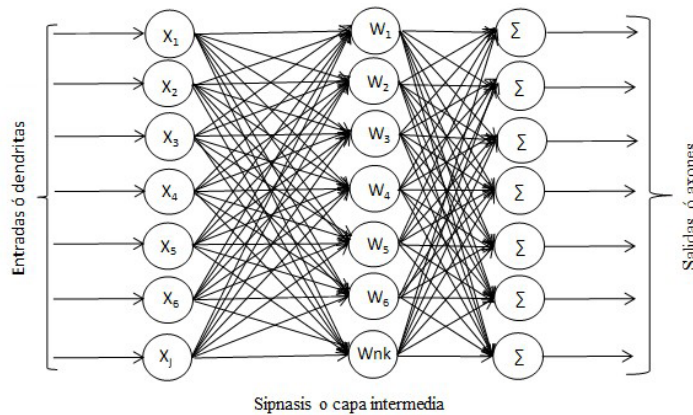
Fuente: Propia, readaptada de Hilera y Martínez (1995).

Normalmente estas funciones, antes detalladas, suelen considerarse determinísticas y son monótonas crecientes y continuas como se ha observado en las neuronas biológicas. Existe otro tipo de funciones, pero las más usadas son las que se han descrito anteriormente.

Una RNA consta de varios elementos de proceso conectados de alguna forma, generalmente organizados en grupos denominados **capas**. Existen dos capas típicas en toda red, que contienen conexiones con el exterior:

- La **capa de entrada o patrón**, que son los datos que se presentan a la red.
- La **capa de salida**, que muestra la respuesta de la red a una entrada.

Figura 5.6.



Fuente: Propia, muestra la topología típica.

5.2.5. *Matriz transpuesta, producto de una matriz transpuesta y producto de una matriz por un vector columna.*

5.2.5.1. *Definición de una matriz. Una matriz es un arreglo rectangular de números en donde cada elemento de la matriz está identificado por la posición de su renglón y su columna de tal forma que la notación a_{ij} representa el valor que se encuentra en el renglón i y la columna j de la matriz.*

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{3n} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & a_{mn} \end{bmatrix}$$

5.2.5.2. *Matriz transpuesta. Es resultado de cambiar las filas por columna de una matriz normal (original). La siguiente imagen ejemplifica una matriz transpuesta para clarificar la explicación.*

$$\text{Si } A = (a_{ij})_{m \times n} \Rightarrow A^t = (a_{ij})_{n \times m}$$

Ejemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 5 & 2 \\ 6 & 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 1 & 5 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

5.2.5.3. *Multiplicación de matrices. Es resultado de combinar dos o más matrices de linealmente sus elementos respetando el orden de sus elementos.*

$$\text{Sea } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n} \text{ y } B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{bmatrix}_{n \times p}$$

$$\Rightarrow AB = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^n a_{1j} b_{j1} & \sum_{j=1}^n a_{1j} b_{j2} & \dots & \sum_{j=1}^n a_{1j} b_{jp} \\ \sum_{j=1}^n a_{2j} b_{j1} & \sum_{j=1}^n a_{2j} b_{j2} & \dots & \sum_{j=1}^n a_{2j} b_{jp} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{j=1}^n a_{mj} b_{j1} & \sum_{j=1}^n a_{mj} b_{j2} & \dots & \sum_{j=1}^n a_{mj} b_{jp} \end{bmatrix}_{m \times p}$$

Para medir el grado de explicación del modelo, se realizarán algunas pruebas estadísticas, una de estas pruebas es el coeficiente de correlación lineal de Pearson, se mide en qué grado o qué tan relacionada está la variable dependiente y la independiente.

Mediante la siguiente ecuación se obtiene dicho coeficiente de correlación lineal.

$$r = \frac{n(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{[n(\sum X^2) - (\sum X)^2][n(\sum Y^2) - (\sum Y)^2]} \quad (5.9)$$

Dónde:

n es el número de pares de observaciones.

$\sum X$ es la suma de las variables X.

$\sum Y$ es la suma de las variables Y.

$(\sum X^2)$ es la suma de los cuadrados de la variable X.

$(\sum X)^2$ es la suma de las variables X, elevada al cuadrado.

$(\sum Y^2)$ es la suma de los cuadrados de la variable Y.

$(\sum Y)^2$ es la suma de las variables Y, elevada al cuadrado.

$\sum XY$ es la suma de los productos de X e Y.

Otra de las pruebas que se deben de realizar es el cálculo del coeficiente de determinación, con el cual se trata de medir en qué proporción las variables o la variable independiente X, explica el valor de la variable dependiente Y.

Mediante la siguiente ecuación se obtendrá el coeficiente de determinación que mide la proporción de la variación de Y, variable explicada y X variable explicativa independiente.

$$r^2 = \frac{SCR}{SCT} \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 / \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (5.10)$$

SCR: Suma cuadrática de los residuos

SCT: Suma cuadrática total

\hat{Y}_i : Precio estimado de las observaciones

\bar{Y} : Precio medio de observados

Y_i : Precios observados

r^2 : Coeficiente de determinación

r^2 ajustada.

Si se quieren comparar diferentes modelos, para verificar cual explica mejor el precio no se debe realizar a través del estadístico r^2 , sino a través de una variante del mismo; el estadístico r^2 corregido o ajustado, que toma en cuenta tanto el número de observaciones como el número de variables explicativas del modelo. Pues un modelo será mejor que otro si el r^2 ajustado es mayor, con independencia del r^2 . Por lo tanto, a partir de ahora se debe de observar el r^2 ajustado, que a diferencia del r^2 sí tiene en cuenta el diferente número de variables y observaciones entre dos modelos de regresión.

Su expresión matemática es la siguiente.

$$r^2_{ajustada} = 1 - \frac{\text{Suma de cuadrados del error (SCE)}}{\text{Suma de cuadrados residuos del modelo (SCR)}} \quad (5.11)$$

Dónde:

r^2 = r cuadrada ajustada.

SCE = Suma de los cuadrados del error = $\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$, diferencia entre valor observado y valor estimado.

Y = Valor observado.

\hat{Y} = Valor estimado por el modelo.

SCR = Suma de los cuadrados del modelo = $\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$, suma de los cuadrados de las diferencias entre cada valor estimado y el valor promedio de las observaciones.

Otra forma de medir la bondad entre dos o varios modelos, es determinar cuál explica mejor el precio de los inmuebles, lo cual es posible saber mediante el error absoluto medio entre el precio observado y el precio explicado. Su ecuación es la siguiente.

$$EAM = \sum_{i=1}^n \frac{|\hat{Y}_i - Y_i|}{n} \quad (5.12)$$

Dónde:

EAM= Error absoluto medio

$\sum_{i=1}^n$ Sumatoria desde i hasta n.

\hat{Y}_i = Precio estimado.

Y_i = Precio observado.

n= Número de observaciones.

Otra de las bondades que se medirán entre el precio observado y el precio estimado, para comparar entre un modelo y otro, es la raíz del error cuadrático medio, utilizando la siguiente ecuación.

$$RECM = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - Y_i)^2}{n}} \quad (5.13)$$

Dónde:

RECM= Raíz del error cuadrático medio

$\sum_{i=1}^n$ Sumatoria desde i hasta n.

\hat{Y}_i = Precio estimado.

Y_i = Precio observado.

$\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - Y_i)^2}{n}$ Sumatoria de la diferencia entre el precio estimado y el precio observado elevado al cuadrado.

n= Número de observaciones.

6. Caso de Aplicación.

Para la aplicación de la metodología antes explicada se han utilizado 6 observaciones de mercado y el activo a valorar, entendiéndose como muestra pequeña aquella en donde las observaciones son menores a 30 observaciones se ha obtenido en la ciudad de Morelia Michoacán, se trata de viviendas de segmento de mediana calidad con precios de oferta.

La muestra se constituyó de variables cuantitativas y cualitativas (nominales), Guijarro, citado por (Preciado 2015.)⁴, las que mayor explicación aportan al precio de los inmuebles. Entre ellas se encuentran las siguientes:

- *Superficie de terreno.* Se trata de la variable independiente, misma que se cuantifica en metros cuadrados.
- *Superficie construida o vendible.* Variable independiente que se cuantifica en metros cuadrados, se trata de la distribución de todos los espacios de la vivienda.
- *Edad.* Variable independiente en la que se cuantifica el número de años, al tratarse de una variable inversamente proporcional, esta se transforma a variable directamente proporcional realizando su valor inverso (1/ edad).
- *Estado de conservación.* Variable independiente cualitativa
- *Calidad de la construcción.* Variable independiente cualitativa categorizada como muy buena, buena, para su transformación a variable cuantitativa.
- *Distancia al centro de la ciudad.* Variable independiente cuantitativa, se cuantifica en metros lineales, esta variable también denominada geoespacial (exógena).
- *Distancia a centros comerciales.* Variable independiente cuantitativa, se cuantifica en metros lineales, esta variable también denominada geoespacial (exógena).

Las variables ordinales (estados de conservación y calidad de la construcción)⁵, se usará la siguiente clasificación.

- 10 muy bueno, 9 bueno, 8 regular y 7 suficiente.

En la cual están consideradas las siguientes variables.⁶

Recolectada la muestra a utilizar, una vez realizada las transformaciones de las variables cualitativa, normalizaremos por el rango haciendo uso de la siguiente ecuación:

$$X_{ij} \text{ normalizado} = \frac{x_{ij} - \min X_{ij}}{\max x_{ij} - \min x_{ij}} \quad (6.1)$$

4 Variables nominales o categóricas. "Se definen a partir de diferentes categorías que no guardan relación (orden) entre sí. Ejemplo: Código postal, Orientación de la vivienda, Guijarro, citado por (Preciado 2015).

5 Estado de conservación y calidad de la construcción se trata de variables ordinales (cualitativas).

6 Tratamiento de las variables cualitativa con clasificación (10 muy bueno, 9 bueno, 8 suficiente y 7 deficiente).

7 Ecuación obtenida del libro "Nuevos Métodos de Valoración Modelos Multicriterio"

Donde:

X_{ij} = representa el valor a normalizar.

$\min x_{ij}$ = representa el valor mínimo por columna de cada variable.

$\max. x_{ij}$ = representa el valor máximo por columna de cada variable.

Partimos de una muestra de 6 inmuebles habitacionales con precios de oferta, más el inmueble a valuar con la siguiente información, en tabla 6.1.

Tabla 6.1.

VARIABLES	1	2	3	4	5	6	X
Sup. Const.	320	304	230	390	360	320	360
Sup. Terreno	420	347	313	400	416	417	380
Edad	25	25	25	20	25	25	13
Edo conservación	Muy buena	Buena	Buena	Muy buena	Muy buena	Muy buena	Buena
Calidad construcción	Muy buena	Buena	Muy buena	Buena	Muy buena	Muy buena	Buena
Distancia a centro de la ciudad	4178	5234	5234	5056	5437	4180	4870
Distancia a centros comerciales	296	725	725	956	1065	200	380
Precio oferta \$	8,300,000	1,600,000	1,970,000	2,150,000	1,680,000	2,600,000	?
Precio/m2	25,937.50	5,263.16	8,565.22	5,512.82	4,666.67	8,125.00	?

Elaboración propia.

La muestra utilizada para este trabajo se puede observar en la tabla 6.1. Contiene las variables cuantitativas, cualitativa, precio de oferta y precio por metro cuadrado de la superficie construida vendible.

En la tabla siguiente se observa todas las variables transformadas a cuantitativas.

Tabla 6.2.

Muestra	Superficie construida	Superficie terreno	Edad	Estado de conservación	Calidad de la construcción	Distancia a centro de la ciudad	Distancia a centros comerciales
1	320	420	25	10	10	4178	296
2	304	347	25	9	9	5234	725
3	230	313	25	9	10	5234	725
4	390	400	20	10	9	5056	956
5	360	416	25	10	10	5437	1065
6	320	417	25	10	10	4180	200
Inmueble a valuar	360	380	13	9	9	4870	380

Elaboración propia.

Las variables cualitativas se ha realizado una transformación a variable cuantitativa con la calificación de 10 para calidad de la construcción muy, 9 calidad de la construcción buena, 8 para calidad de la construcción regular y 7 para calidad de la construcción suficiente. Las variables geoespaciales identificadas en la tabla anterior distancia a centro de la ciudad y distancias a centros comerciales en metros lineales, se ha tomado el inverso de la distancia (1/X), donde X viene siendo la distancia en metros lineales.

La tabla siguiente se han transformado las variables distancia a centro de la ciudad y distancia a centros comerciales su valor inverso (1/x), columnas 7 y 8.

Tabla 6.3.

Muestra	Superficie construida	Superficie terreno	Edad	Estado de conservación	Calidad de la construcción	Distancia a centro de la ciudad	Distancia a centros comerciales
1	320	420	25	10	10	0.000239	0.003378
2	304	347	25	9	9	0.000191	0.001379
3	230	313	25	9	10	0.000191	0.001379
4	390	400	20	10	9	0.000198	0.001046
5	360	416	25	10	10	0.000184	0.000939
6	320	417	25	10	10	0.000239	0.005000
Inmueble a valuar	360	380	13	9	9	0.000205	0.002632

Elaboración propia.

En la tabla 6.3., se observa en las columnas 7 y 8, las variables transformadas (1/X). A continuación, normalizamos por el rango utilizando la ecuación (6.1.), ver tabla siguiente.

Tabla 6.4.

Muestra	Superficie construida	Superficie terreno	Edad	Estado de conservación	Calidad de la construcción	Distancia a centro de la ciudad	Distancia a centros comerciales
1	0.04	0.04	0.08	0.02	0.02	0.04	0.16
2	0.04	0.01	0.08	0.00	0.00	0.01	0.03
3	0.00	0.00	0.08	0.00	0.02	0.01	0.03
4	0.08	0.04	0.05	0.02	0.00	0.01	0.01
5	0.06	0.04	0.08	0.02	0.02	0.00	0.00
6	0.04	0.04	0.08	0.02	0.02	0.04	0.27
Inmueble a valuar	0.06	0.03	0.00	0.00	0.00	0.02	0.11

Elaboración propia.

En tabla 6.4., se observan valores normalizados por columna, quedando sus valores en rango de (0 <1).

A cada valor de la tabla 6.4., se le aplica la función denominada sigmoideal utilizando la ecuación (5.7), ver tabla siguiente.

Tabla 6.4.

Muestra	Superficie construida	Superficie terreno	Edad	Estado de conservación	Calidad de la construcción	Distancia a centro de la ciudad	Distancia a centros comerciales
1	0.51	0.51	0.52	0.50	0.50	0.51	0.54
2	0.51	0.50	0.52	0.50	0.50	0.50	0.51
3	0.50	0.50	0.52	0.50	0.50	0.50	0.51
4	0.52	0.51	0.51	0.50	0.50	0.50	0.50
5	0.52	0.51	0.52	0.50	0.50	0.50	0.50
6	0.51	0.51	0.52	0.50	0.50	0.51	0.57
Inmueble a valuar	0.52	0.51	0.50	0.50	0.50	0.50	0.53

Elaboración propia.

La imagen 6.4., representa una matriz los resultados de haber aplicado para cada valor la función sigmoideal.

En seguida se aplicará la transpuesta de la matriz de acuerdo a la imagen de matriz transpuesta.

Imagen 6.1.

1.8560	1.8237	1.8194	1.8272	1.8305	1.8705	1.8310
1.8237	1.7927	1.7884	1.7963	1.7996	1.8372	1.7992
1.8194	1.7884	1.7843	1.7919	1.7953	1.8330	1.7949
1.8272	1.7963	1.7919	1.8002	1.8034	1.8406	1.8030
1.8305	1.7996	1.7953	1.8034	1.8068	1.8438	1.8061
1.8705	1.8372	1.8330	1.8406	1.8438	1.8857	1.8452
1.8310	1.7992	1.7949	1.8030	1.8061	1.8452	1.8068

Elaboración propia.

La imagen 6.1., representa la matriz de pesos de todas las variables de la muestra utilizada.

A continuación, en imagen siguiente observamos la multiplicación de la matriz cuadrada de pesos y vector columna de entrada a la red.

Imagen 6.2.

1.8560	1.8237	1.8194	1.8272	1.8305	1.8705	1.8310	0.84713
1.8237	1.7927	1.7884	1.7963	1.7996	1.8372	1.7992	1.54486
1.8194	1.7884	1.7843	1.7919	1.7953	1.8330	1.7949	0.61661
1.8272	1.7963	1.7919	1.8002	1.8034	1.8406	1.8030	* 0.59839
1.8305	1.7996	1.7953	1.8034	1.8068	1.8438	1.8061	0.83482
1.8705	1.8372	1.8330	1.8406	1.8438	1.8857	1.8452	0.87214
1.8310	1.7992	1.7949	1.8030	1.8061	1.8452	1.8068	0.49808

Elaboración propia, matriz de pesos multiplicada por vector columna.

La imagen 6.2., representa la matriz cuadra de pesos de (7x7), multiplicada por el vector columna de entrada o patrones de entrada (7x1), nos da como resultado un matriz cuadrada de (7x7), se observa en la imagen siguiente.

Imagen 6.3.

10.6764	10.6764	10.6764	10.6764	10.6764	10.6764	10.6764
10.4929	10.4929	10.4929	10.4929	10.4929	10.4929	10.4929
10.4682	10.4682	10.4682	10.4682	10.4682	10.4682	10.4682
10.5139	10.5139	10.5139	10.5139	10.5139	10.5139	10.5139
10.5330	10.5330	10.5330	10.5330	10.5330	10.5330	10.5330
10.7574	10.7574	10.7574	10.7574	10.7574	10.7574	10.7574
10.5333	10.5333	10.5333	10.5333	10.5333	10.5333	10.5333

Elaboración propia.

La imagen 6.3., representa la matriz cuadrada resultado de la multiplicación mencionada anteriormente.

Para calcular el promedio por fila de la matriz anterior, utilizaremos la siguiente ecuación:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n Xi}{n} \quad (6.2)$$

Imagen 6.4.

10.6764	10.6764	10.6764	10.6764	10.6764	10.6764	10.6764	10.68
10.4929	10.4929	10.4929	10.4929	10.4929	10.4929	10.4929	10.49
10.4682	10.4682	10.4682	10.4682	10.4682	10.4682	10.4682	10.47
10.5139	10.5139	10.5139	10.5139	10.5139	10.5139	10.5139	10.51
10.5330	10.5330	10.5330	10.5330	10.5330	10.5330	10.5330	10.53
10.7574	10.7574	10.7574	10.7574	10.7574	10.7574	10.7574	10.76
10.5333	10.5333	10.5333	10.5333	10.5333	10.5333	10.5333	10.53

Elaboración propia.

Aplicando la ecuación (6.2.), se obtiene el promedio por fila, el resultado fuera de la matriz, representa el promedio por fila.

Una vez conocido el valor promedio por fila y el precio de oferta de la muestra utilizada procederemos a calcular la ponderación de cada muestra, de todas las variables y el inmueble a valorar mediante la siguiente ecuación:

$$\text{Ratio} = \frac{\sum \text{precio de los inmuebles testigos}}{\sum \text{ponderación de los inmuebles testigos}} \quad (6.3)$$

Partiendo de la ratio (cociente), el producto por su ponderación del inmueble a valorar, nos dará el valor que se está buscando del inmueble a valorar.

A continuación, se obtienen los resultados.

6.1. Resultados.

Tabla 6.5.

Muestra	Salida lineal de la red	Peso normalizado	Precio de los inmuebles testigos	Precio de los inmuebles testigos / entre la ponderación de las 6 muestras	Precio del inmueble a valorar
1	10.68	0.1443	8,300,000		
2	10.49	0.1418	6,760,000		
3	10.47	0.1415	6,208,000		
4	10.51	0.1421	8,400,000	52,900,525.94	
5	10.53	0.1424	7,900,000		
6	10.76	0.1454	7,800,000		
Inmueble a valorar	10.53	0.1424			7,532,525.94
Suma total	73.97	1.0000	45,368,000		
Suma ponderada de los inmuebles testigos		0.8576			

Elaboración propia.

8 Ecuación obtenida del libro Nuevos Métodos de Valoración Multicriterio (pág. 88).

La tabla (6.5.), en la primera columna los inmuebles comparables (testigos), en la segunda columna la ponderación de cada inmueble, la tercera columna la ponderación de cada inmueble, la cuarta columna el precio de los 6 inmuebles testigos o comparables, la quinta columna representa el precio es el resultado de la suma de los precios de las seis muestras utilizadas, entre la suma de la ponderación de la misma seis muestras y la columna sexta es el resultado del precio de la columna quinta por la ponderación del inmueble a valorar ubicado en la tercera columna, es el precio del inmueble a valorar \$ 7'532, 525.94⁹.

Tabla 6.6.

Superficie construida	Precio
320	8,300,000
304	6,760,000
230	6,208,000
390	8,400,000
360	7,900,000
320	7,800,000
360	7,532,526
Coefficiente de correlación lineal	0.8202
Coefficiente de determinación	0.9057

Elaboración propia.

Tabla 6.7.

Resumen de resultados			
de			
Coefficiente de correlación %	determinación %	Error absoluto medio \$	Raíz del error cuadrático medio
82.02%	90.57%	\$ 404,906	\$ 636.32

Elaboración propia.

La tabla (6.7.), representa el resumen de resultados la primera columna se observa el coeficiente de correlación lineal de Pearson del 82.02%, esta prueba mide la relación estadística entre dos o más variables por lo tanto esta relación es buena de acuerdo al resultado obtenido.

La segunda columna el coeficiente de determinación “se define como el porcentaje de variación de la variable dependiente explicada, o contabilizada, por la variable independiente”.¹⁰

La tercera columna se observa el valor precio en pesos del error absoluto medio y en la cuarta columna la raíz del error cuadrático medio en pesos.

⁹ Precio de mercado pronosticado obtenido como referencia a una muestra pequeña de 6 observaciones en el mercado libre abierto, con sus diferentes variables que explicaron en el planteamiento de este trabajo.

¹⁰ Estadística Aplicada a los Negocios y la Economía, editorial Mc Graw Hill, Lind, Marchal y Wathen (2012, p.521).

7. Conclusiones y trabajos futuros.

Este trabajo se ha realizado haciendo uso del algebra matricial y el programa Excel, se utilizó una muestra pequeña menor a 30 observaciones (información escasa), se puede verificar en la tabla 6.7., las bondades de los resultados obteniendo un coeficiente de correlación del 82.02% que mide la relación de la variable dependiente y las independientes, en el coeficiente de coeficiente de determinación nos explica la variabilidad causada por la variable dependiente y la independiente con un porcentaje del 90.57%, el resto depende de otras variables que no fueron tomadas en el modelo, el error absoluto medio obtenido mediante la división del precio observado entre el precio obtenido por el modelo dividido entre la media de las 7 observaciones y un error cuadrático medio obtenido mediante la raíz cuadrada del error absoluto medio.

En el modelo se utilizaron 7 variables, dos de ellas cualitativas transformadas a cuantitativas, las variables geoespaciales una distancia al centro de la ciudad y la otra distancia a centros comerciales, fueron transformadas por su inverso de su distancia lineal ($1/X$), una vez realizado estas transformaciones se normalización por el valor máximo y mínimo por columna y a su vez cada valor se aplicó la función sigmoideal obteniendo valores menos a la unidad.

La multiplicación de esta matriz original por la transpuesta de ella misma, no dio como resultado la matriz de peso, esta matriz multiplicada por el vector columna obtenido aleatoriamente, resulta la matriz cuadrada de resultado de forma lineal y obtener el valor el inmueble a valorar.

Esta metodología desarrollada sirve para dar soluciones a la valuación cuando la muestra es pequeña (escasa), sobre todo para aquellos inmuebles que son muy especializados también conocidos como unidades de producto con usos distintos a los de casas habitación que ya se han mencionado anteriormente.

Una primera conclusión de acuerdo a la literatura consultada de diferentes investigaciones aplicada a la valuación automatizada con una muestra grande utilizando diferentes modelos, incluyendo la inteligencia artificial los diferentes autores afirman haber obtenido buenos resultados en su mayoría para estimar el valor de inmuebles de uso habitacional, sin embargo para una muestra pequeña donde se limita el obtener una muestra considerable de inmuebles especializado los resultados no es posible obtener buenos resultados por la dispersión en los datos de entrada para su análisis, anteriormente se explica utilizar un modelo en donde la muestra es escasa.

Una segunda conclusión de acuerdo a los resultados que las redes neuronales artificiales y en específico perceptrón multicapa, utilizando como entrada una función sigmoideal y una salida lineal utilizando una muestra pequeña, explica muy bien la variabilidad y las bondades de ajustes de las variables.

Finalmente se concluye la confirmación que una muestra pequeña se pueden obtener resultados fiables para valorar inmuebles con diferentes usos como son habitacionales, comercial (hoteles, centros comerciales, gasolineras, naves industriales, etc.).

Una buena selección de la muestra sea grande o pequeña dependerá de los resultados que cumplan con los parámetros estadísticos aceptables.

Agradecimientos.

El autor desea agradecer las sugerencias y comentarios realizados por los dos evaluadores, que han contribuido a mejorar el presente trabajo.

8. Anexos.

Figura 8.1.

Gráfica del precio observado e inmueble valuado y superficie construida mediante una RNA.

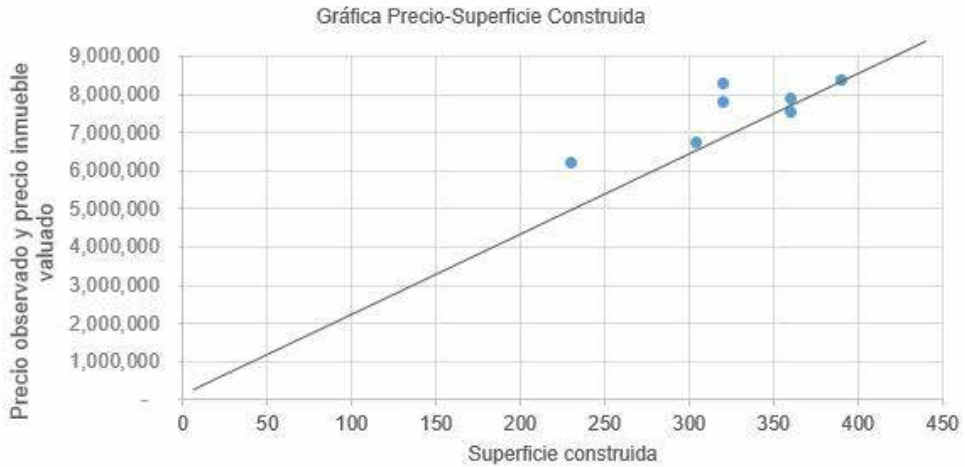


Figura 8.2.

Gráfica del precio recalculado incluye el inmueble valuado y superficie construida mediante una RNA.



9. Bibliografía

- Amabile, R. y Rosato, P. (1998). The use of neural networks in the spatial analysis of property values. Minneapolis, Minnesota: Sixth Joint Conference on Food, Agriculture and the Environment.
- Amri, S. Z. y Bossomaier, T. R. J. (2005). The Influence of Spatial Attributes on House Price. *Australia: Complexity International Volumen 12*.
- Aznar Bellver, J. y Guijarro Martínez F. (1^{ra} Edición 2005, pág. 88). Nuevo Método de Valoración Modelos Multicriterio, (pag.26). España: Universidad Politécnica de Valencia.
- Aznar Bellver, J. y López Perales, A.A. (2008). *Valoración inmobiliaria. Métodos y aplicaciones*. España: Universidad Politécnica de Valencia.
- Eguino Huáscar y Erba Diego (2024). Mercado inmobiliario e impuesto predial: aplicaciones de técnicas de valuación masiva. Banco interamericano de desarrollo. doi:10.18235/0005488. <http://hdl.handle.net/11159/653429>
- Estadística Aplicada a los Negocios y la Economía, editorial Mc Graw Hill, Lind, Marchal y Wathen (2012, p.521).
- Cabrero San José A. (2020). El futuro de la Valoración Inmobiliaria, Big Data y Modelos AVM. Páginas 7-101.
- Consejo de Normas Internacionales de Valuación (2022). Edición en español: Unión Panamericana de Asociaciones de Valuación (UPAV), con participación de: Asociación Profesional de Sociedades de Valuación (ATASA, España), Edición original en inglés: IVSC International Valuation Standards Council.
- Fernández Durán, L., Llorca Ponce, A., Valero Cubas, S., Botti Navarro, V.J. (2012). Incidencia de la localización en el precio de la vivienda a través de un modelo de red neuronal artificial. Una aplicación a la ciudad de Valencia. España: Departamento de Organización de Empresas. Universidad Politécnica de Valencia. CT catastro.
- Gallego Mora-Esperanza, J. (2004). La inteligencia artificial aplicada a la valoración de inmuebles. Un ejemplo para valorar Madrid. Madrid: CT catastro.
- Guijarro Martínez F. (2023). La Valoración automática de inmuebles residenciales mediante modelos de machine learning. *Revista de Estudios Empresariales. Segunda época. Número: 2 (2023). Páginas: 27-39.*
- Limsombunchai, V. (2004). House Price Prediction: Hedonic Price Model vs. Artificial Neural Network. New Zealand: Commerce Division, Lincoln University.
- Núñez et al (2009). Metodología de precios hedónicos vs redes neuronales artificiales como alternativa a la valoración de inmuebles. Un caso real.
- Pi-ying, L. (2011). Analysis of the Mass Appraisal Model by Using Artificial Neural Network in Kaohsiung City. Taiwan, China: *Journal of Modern Accounting and Auditing*, Vol. 7, No. 10, pp. 1080-1089.
- Preciado (2011). Propuesta Metodológica para Valoración Inmobiliaria por modelos con salidas no lineales de redes neuronales artificiales con 6 muestras ó información escasa.
- Preciado (2015). Valoración de inmuebles urbanos: comparativa modelo regresión multivariable versus redes neuronales artificiales para la ciudad de Morelia, Michoacán, México.
- Preciado (2021). Redes neuronales artificiales, una aplicación al mercado inmobiliario habitacional de segmento medio de la ciudad de Morelia Michoacán, México. *Revista Nicolaíta de Estudios Económicos*, Vol. XIV, No. 1, enero - junio 2019.
- Vies R. (2023). Estudio de la autocorrelación espacial en el mercado inmobiliario comercial de la ciudad de Madrid. *Revista de Estudios Empresariales. Segunda época, Número: 2 (2023). Páginas: 109-125: <https://doi.org/10.17561/ree.n2.2023.7854>*