La Indeterminación del Nivel de Precios cuando el Banco Central sigue una Regla de Tasa de Interés

Eddy Lizarazu Alanez*

Resumen

Este artículo explica algunas soluciones al problema de Sargent-Wallace (1975) [S-W] sobre el nivel de precios cuando el banco central sigue una regla de tasa de interés. Si la tasa de interés es previamente establecida, el modelo IS/LM neoclásico es incapaz de resolver el nivel de precios de equilibrio. Curiosamente el artificio para su redención también funciona en el modelo S-W con una regla determinística. Si la regla es estocástica entonces aparece un problema similar inadvertido por Kerr-King (1996), cuyo resquicio exige la asistencia de términos de expectativas racionales ventiladas en la microeconomía fundamentada de la nueva síntesis neoclásica.

Palabras clave: expectativas racionales, modelo IS/LM neoclásico, nivel de precios y reglas monetarias.

Abstract

This article explains some solutions to the problem of Sargent-Wallace (1975) [S-W] on the price level when the central bank follows an interest rate rule. If the interest rate is previously set, the neoclassical IS/LM model is unable to solve the equilibrium price level. However, the artifice for its redemption also works in the S-W model with a deterministic rule. If the rule is stochastic then a similar problem unnoticed by Kerr-King (1996) emerges, requiring the assistance of rational expectations terms ventilated in the micro-founded of the new neoclassical synthesis.

* Profesor e Investigador, Departamento de Economía de la UAM-Iztapalapa, Av. San Rafael Atlixco 186, Colonia Vicentina C.P. 09340, Iztapalapa, México D.F., e-mail: lae@xanum.uam.mx

Keywords: monetary rules, neoclassical IS/LM model, price level and rational expectations

Clasificación JEL: E13, E31, E43, E58

Introducción

Los bancos centrales que tienen metas de inflación fijan la tasa de interés nominal (de corto plazo) para conducir su política monetaria. Este comportamiento (del banco central) debe tomarse en cuenta en algún modelo macroeconómico simple. Igualmente, es importante dar una solución al problema del nivel de precios planteado por Sargent-Wallace [S-W] (1975). Como señala McCallum (1981), en el artículo de S-W no solo se muestra la proposición de invariabilidad de la política monetaria, sino también la idea de que "bajo una regla de tasa de interés [del banco central], el nivel de precios está indeterminado [S-W, p.241]".

El objetivo de este trabajo es explicar posibles soluciones al problema planteado por S-W en el marco de modelos simples en los que el banco central fija la tasa de interés. La conveniencia de una determinada regla para la tasa de interés depende de la estructura que se usa para aproximar a la realidad. Además, la especificación de la regla monetaria depende del período de tiempo en la que es formulada la formación de las expectativas del público y de si las variables siguen determinados procesos estocásticos. Empero, la problemática puede ser abordada con un enfoque simple para prosperar a lo más complicado, tal como se procede aquí.

La secuencia de este artículo es la siguiente: en la segunda sección se explica la problemática del nivel de precios en un modelo IS/LM neoclásico cuando el banco central fija la tasa de interés. En la tercera sección se discute el problema del nivel de precios en la lógica del modelo S-W de expectativas racionales. En la cuarta sección se expone la solución al modelo S-W con una regla determinística de la tasa de interés. En la quinta sección se examina el papel de la regla estocástica pura en el modelo de Kerr-King (1996) [K-K] en la que si bien es posible determinar la tasa de inflación (y por ende el nivel de precios) surge el obstáculo de cuantificar la tasa de interés real de equilibrio. Por último, en base a algunas ideas microfundamentadas de la nueva síntesis neoclásica, en la sexta sección se muestra la solución al modelo K-K. En la séptima sección se vierten los comentarios finales.

El modelo IS/LM neoclásico y la regla de la tasa de interés

Se podría explicar la trascendencia del problema del nivel de precios en el modelo neoclásico completo para una tasa de interés establecida por el banco central, pero la exposición se agiliza si nos abstraernos de su sector productivo (el cual incluye la demanda-oferta de trabajo y la función de producción agregada).[1] En la versión completa, la tasa de salario real, el nivel de empleo y la producción se calculan antes que la tasa de interés y el nivel de precios. Por lo tanto, se puede proceder en términos del modelo IS/LM neoclásico (sin sector productivo) y abocarnos a la cuestión de la tasa de interés y el nivel de precios de equilibrio.[2]

Las condiciones iniciales del modelo IS/LM neoclásico incluyen la suposición de que la economía funciona en el nivel de ocupación plena. La economía es cerrada y no existen rigideces nominales, por el contrario, el nivel de precios se ajusta instantáneamente. Lo anterior significa la operación de la *ley de Say*, según la cual la oferta determina a la demanda agregada (la tasa de interés ajusta la demanda a la oferta de bienes). Una vez establecida la tasa de interés, el mercado de dinero determina el nivel de precios, por lo que se verifica la neutralidad del dinero de la 'teoría cuantitativa', pues el dinero y el nivel de precios están correlacionados perfecta y positivamente. En tales condiciones el nivel de precios de equilibrio está determinado.

El modelo IS/LM neoclásico experimenta el problema del nivel de precios cuando se prescinde del proceso de la oferta monetaria. En efecto, si el dinero es una variable exógena, el banco central concibe a la cantidad del acervo monetario como su objetivo (no hay otra meta). Pero, si la hipótesis es sustituida por la premisa de que el banco central fija la tasa de interés (en base a algún objetivo), entonces se abre un abanico diferente, donde la cantidad de dinero es una variable endógena y la tasa de interés una variable exógena.

[1] La *no recursividad* del equilibrio del modelo neoclásico completo es una característica si la oferta de trabajo es una función del salario real y la tasa de interés real. En este caso, las variables endógenas se determinan *simultáneamente* en el equilibrio. Por lo tanto, si el equilibrio es *secuencial* podemos abstraernos de su sector productivo.

[2] El modelo IS/LM neoclásico es diferente de la versión keynesiana. Esta última se distingue de la primera por la presencia del desempleo involuntario y la rigidez nominal de los precios.

En la Tabla 1 se presentan las ecuaciones del modelo IS/LM neoclásico. La especificación de las ecuaciones prácticamente corresponde a un libro de texto de macroeconomía, excepto por la distinción puesta en la tasa de interés real y nominal.

Tabla 1

El modelo IS/LM neoclásico

Bloques			
	A	[1]	$Y_t = C_t + I_t$
		[2]	$C_t = C_0 + cY_t$
		[3]	$I_t = I_0 - br_t$
	B	[4]	$M_t / P_t = kY_t - hR_t$
	C	[5]	$r_t \equiv R_t - \pi_t^e$

Variables Endógenas: C_t, I_t, r_t, P_t, M_t

Variables Exógenas: $R_t, Y_t, C_0, I_0, \pi_t^e$

La tasa de interés nominal R_t es una variable fijada por el banco central y la tasa de interés real r_t es la diferencia de la tasa de interés nominal R_t y la tasa de inflación esperada π_t^e, donde esta última se asume preestablecida. Por lo tanto, si el nivel de producto real Y_t es una variable exógena, será necesario calcular (por separado) los valores del acervo de dinero M_t y del nivel absoluto de los precios P_t correspondientes a la situación de pleno empleo.

Sin embargo, en estas circunstancias lo más probable es que la tasa de interés real tenga dos valores. El primero se determina en el bloque *C* debido a que las variables del lado derecho de [5] son variables exógenas. El segundo se determina en el bloque *A*, donde las incógnitas son C_t, I_t y r_t. En este bloque se establece la tasa de interés real de ocupación plena, la cual es conocida como la '*tasa natural de interés de Wicksell*'. Si se denota dicho valor por $\bar{r}$ entonces no se garantiza que el banco central fije la tasa de interés nominal R_t idónea a la tasa de interés real $\bar{r}$ de pleno empleo. Bien pudiera suceder que la tasa de interés nominal correspondiente a la *tasa natural de Wicksell* sea $\bar{R}$, pero el banco central fije la tasa de interés por encima o por debajo ($R_t > \bar{R}$ ó $R_t < \bar{R}$).

Lo anterior es un caso donde el número de ecuaciones e incógnitas es igual pero no existe una solución. El problema radica en que tenemos dos subconjuntos de ecuaciones (el bloque *A* y *C*) los cuales son suficientes para establecer (independientemente) la tasa de interés real. A todo esto se suma la indeterminación del nivel de precios debido a la imposibilidad de calcular las dos incógnitas (el nivel de precios y la oferta monetaria) en el bloque *B* aun cuando su proporción es conocida. Esta dificultad no se debe a la distinción de la tasa de interés real y nominal, ya que el problema persiste si se elimina el bloque *C* y se asume que la tasa de inflación esperada es cero. El problema tampoco desaparece si se agrega el efecto saldo real en la función consumo o se incluye el *ingreso disponible percibido* de Sargent (1979). Para ilustrar estos casos, suponga que se tuviera cualquiera de las dos siguientes ecuaciones:

$$C_t = C_0 + cY_t + M_t/P_t \qquad [2A]$$

$$C_t = C_0 + c\left\{Y_t - T_t - \frac{M_t + B_t}{P_t}\pi_t^e\right\} \qquad [2B]$$

La primera es la función de consumo con el *efecto Pig*ou, mientras que la segunda captura el concepto de Sargent, el cual se define como la diferencia del ingreso y el impuesto de suma fija T_t y la cantidad $(M_t + B_t)/P_t$ multiplicado por la tasa de inflación esperada π_t^e. La totalidad del término con signo negativo representa a la pérdida percibida de la riqueza real por parte del sector privado. En cualquiera de los dos casos, el bloque *C* determinaría la tasa de interés real, mientras que los bloques *A* y *B* arrojarían cantidades de saldos reales M_t/P_t distintas. Por lo tanto, el problema del nivel de precios no se resuelve, por el contrario persiste.

La explicación del problema coincide parcialmente con la reseña de la crítica a la doctrina "*real bills*" por parte de Sargent (1979, pp. 92-95). Sin embargo, el razonamiento de este autor es incorrecto. Se debe tener presente que si el banco central fija la tasa de interés, la cantidad de dinero y bonos y el nivel de precios son variables endógenas. De modo que si por algún motivo la demanda no es igual a la oferta agregada, el ajuste (bloque *A*) recae en el nivel de precios y en la riqueza monetaria $M_t + B_t$. Sería incorrecto asumir —como lo hace Sargent (1979 p.93)— que el peso recae solo en el nivel de precios. [3]

Por tanto, la solución nada tiene que ver con el efecto riqueza (se puede prescindir de su existencia en la función de consumo), sino con otra exigencia, a saber el banco central debe adoptar una determinada regla de la tasa de interés nominal. Con esto en mente aceptemos las ecuaciones de [1] a [5], además de una regla determinística para la tasa de interés con la siguiente forma:

$$R_t = \bar{R} + \alpha\left(P_t - \bar{P}\right),\ \alpha > 0 \qquad [6]$$

Siguiendo a Wicksell [1907], el banco central ajustará la tasa de interés nominal R_t por encima de $\bar{R}$ si el nivel de precios P_t supera a $\bar{P}$ de la ocupación plena. El lector debe darse cuenta que se tienen tantas ecuaciones como incógnitas, pero ahora existe una solución algebraica. Nótese que al combinar [5] y [6] se tiene:

$$r_t \equiv \bar{R} + \alpha\left(P_t - \bar{P}\right) - \pi_t^e \qquad [7]$$

Después de vincular [7] con [3] y de tomar en cuenta [1] y [2] se calcula el nivel de precios de equilibrio.

$$P_t = \bar{P} - \frac{1-c}{b\alpha}Y_t + \frac{C_0 + I_0}{b\alpha} - \frac{\bar{R} - \pi_t^e}{\alpha} \qquad [8]$$

Dado el nivel de precios de equilibrio, las ecuaciones [4] y [6] permiten calcular el valor de la cantidad de dinero.

$$M_t = \left\{\bar{P} - \frac{1-c}{b\alpha}Y_t + \frac{C_0 + I_0}{b\alpha} - \frac{\bar{R} - \pi_t^e}{\alpha}\right\}\left\{\frac{bk - (1-c)}{b}Y_t - (1+h)\bar{R} + \frac{C_0 + I_0}{b}\right\} \qquad [9]$$

[3] Sargent (1979) no menciona que la oferta de dinero es endógena cuando considera un incremento del gasto público, además se abstiene de clasificar a los bonos de gobierno. A este respecto, el valor de los bonos de gobierno es también una variable endógena.

El problema del nivel de precios está resuelto y posee un sentido económico.

Ahora supongamos que algún componente autónomo de la demanda agregada aumenta. El exceso de demanda agregada se refleja en un incremento de precios (la oferta de producto no puede cambiar). El aumento de los precios obliga al banco central a incrementar la tasa de interés real. Este incremento de la tasa de interés desacelera la inversión privada con lo que a la postre se restaura el equilibrio del mercado de mercancías. Una vez que el ajuste finaliza, el banco central calcula la cantidad de dinero necesaria para satisfacer las necesidades del sistema económico. La ecuación monetaria LM no desempeña ningún papel, por ende se puede prescindir de ella e invocarla solo si lo deseamos.

La indeterminación de precios en el modelo S-W

La estructura de ecuaciones IS/LM de expectativas racionales del modelo S-W es resumida en Sargent (1979, p.360). La Tabla 2 contiene las ecuaciones de dicho modelo con algunos cambios de simbología. La mayoría de las variables (en minúsculas) se miden en logaritmos naturales, excepto la tasa de interés real y nominal, las cuales son números puros.[4]

Tabla 2

El modelo IS/LM de expectativas racionales de Sargent (1979)

[10]	$y_t - \bar{y} = (1/\varphi)\left(p_t - E_{t-1}p_t\right) + u_t,\ \varphi > 0$
[11]	$y_t - \bar{y} = -s\left(r_t - \bar{r}\right) + e_t,\ s > 0$
[12]	$m_t - p_t = y_t - bR_t + \xi_t,\ b > 0$
[13]	$R_t = r_t + E_{t-1}\left(p_{t+1} - p_t\right)$
[14]	$R_t = \lambda R_{t-1},\ \lambda > 0$
Variables Endógenas:	y_t, p_t, r_t, m_t, R_t
Variables Exógenas:	$\bar{r}, \bar{y}, u_t, e_t, \xi_t$
Parámetros	φ, s, b, λ

[4] La simbología corresponde prácticamente a la sección anterior por lo que si, por ejemplo, Y_t es el valor absoluto del producto real, entonces y_t denota al logaritmo natural de Y_t.

La ecuación [10] representa a la función de oferta de Lucas-Rapping (1969) en la que se incluye un término de disturbio u_t ruido blanco. Su racionalidad se basa en la idea de que los trabajadores subestiman el nivel de precios. Una diferencia del nivel de precios p_t y el estimado $E_{t-1}p_t$ implica un problema de percepción de los salarios reales. Si los trabajadores subestiman el nivel de precios entonces sobreestiman sus salarios reales. Los trabajadores ofrecen una cantidad de trabajo mayor en relación al caso de una percepción correcta. En tal situación, las empresas también ofrecen una cantidad de producto mayor.

Las ecuaciones [11] y [12] representan a la formulación IS/LM ortodoxa, excepto por la presencia de una elasticidad ingreso unitaria, ya que el coeficiente de y_t en [12] es igual a uno. Siguiendo a Poole (1970), no solo la ecuación monetaria LM es fuente de inestabilidad, sino también la ecuación IS, lo que implica aceptar la presencia de los términos de disturbio e_t y ξ_t, las cuales son variables aleatorias con media cero y varianzas constantes conocidas (independientes). Por último, la ecuación [13] es la ecuación de Fisher y la ecuación [14] captura una regla de la tasa de interés, donde esta última es una función determinística.

Para hallar la solución es necesario proceder como si la economía estuviera encaminada a un punto fijo en el futuro (*forward-looking*). Asumiremos que se satisface la 'forma fuerte' de las expectativas racionales, de tal manera que las expectativas subjetivas son exactamente iguales a las condicionales, pues los agentes utilizan eficientemente el conjunto de información del modelador.[5]

Obsérvese que la tasa de interés nominal R_t es conocida (de la ecuación [14]), pues el banco central la fija respecto del valor que asumió el período inmediato. Esto último nos permite simplificar y aplicar el método de 'coeficientes indeterminados' del enfoque de expectativas racionales. El primer paso de dicho método consiste en obtener ecuaciones de la forma seudo-reducida para cada una de las variables endógenas. Se dicen seudo-reducidas debido a que coexisten términos de expectativas y variables exógenas. El segundo paso radica en la formulación de la solución potencial (después

[5] El agente se dice que tiene expectativas racionales 'fuertes' si el conjunto de información contiene las verdaderas ecuaciones estructurales y la clasificación de variables, incluyendo las reglas de decisión para generar acciones y/o expectativas; los valores verdaderos de todas las variables exógenas; las distribuciones de probabilidad que gobiernan todos los términos estocásticos exógenos y los valores realizados de todas las variables endógenas hasta el período .

de eliminar los términos de expectativas). Las variables exógenas que quedan se asocian a coeficientes desconocidos, los cuales necesitan expresarse en términos de los parámetros iniciales.

Formas Seudo-Reducidas: Se empieza por considerar [14] en [12] y [13] para obtener las siguientes ecuaciones:

$$m_t - p_t = y_t + b\lambda R_{t-1} + \xi_t \qquad [15]$$
$$r_t = \lambda R_{t-1} - E_{t-1}\left(p_{t+1} - p_t\right) \qquad [16]$$

En seguida, se combinan [10] y [11] para arribar a:

$$y_t - \overline{y} = -s\left[\lambda R_{t-1} + E_{t-1}\left(p_{t+1} - p_t\right) - \overline{r}\right] + e_t \qquad [17]$$

Se igualan [10] y [17] y se resuelve para el nivel de precios:

$$p_t = -\overline{y} + \left(1 + s\varphi\right)E_{t-1}p_t - s\varphi E_{t-1}p_{t+1} - s\varphi\left(\lambda R_{t-1} - \overline{r}\right) + \varphi\left(e_t - u_t\right) \qquad [18]$$

Luego [17] y [18] se toman en cuenta en [15] y se manipula para la cantidad de dinero.

$$m_t = -\overline{y} + \left[1 + s\left(\varphi + 1\right)\right]E_{t-1}p_t - s\left(1 + \varphi\right)E_{t-1}p_{t+1} - s\lambda\left(1 + \varphi\right)R_{t-1} + \left(1 + \varphi\right)e_t - u_t + \xi_t \qquad [19]$$

Coeficientes indeterminados: Si se itera hacia adelante estas tres ecuaciones los términos de expectativas desparecen. Por ende, todo lo que resta es calcular los coeficientes desconocidos de las siguientes ecuaciones.

$$y_t = a_{11}\overline{y} + a_{12}\overline{r} + a_{13}R_{t-1} + a_{14}e_t \qquad [20]$$
$$p_t = a_{22}\overline{r} + a_{23}R_{t-1} + a_{24}u_t + a_{25}e_t \qquad [21]$$
$$m_t = a_{31}\overline{y} + a_{33}R_{t-1} + a_{34}u_t + a_{35} + a_{36}\xi_t \qquad [22]$$

Los únicos términos de expectativas corresponden a los precios, por ende es conveniente calcular la expectativa racional de la ecuación [21] con la información Ω_{t-1} tanto para los precios en *t* como en *t*+1. Si se hace lo primero se obtiene:

$$E_{t-1}p_t = a_{31}\overline{y} + a_{33}R_{t-1} \qquad [23]$$

Si se adelanta un período [21] y luego se calcula su expectativa condicional (al tomar en cuenta [14]) se arriba a:

$$E_{t-1}p_{t-1} = a_{31}\overline{y} + a_{33}R_{t-1} \qquad [24]$$

Como vemos se cumple , por lo que se puede simplificar más las ecuaciones [17], [18] y [19] para arribar a:

$$y_t = \overline{y} - s\left(\lambda R_{t-1} - \overline{r}\right) + e_t \qquad [25]$$
$$p_t = \left(a_{22} - s\varphi\right)\overline{r} + \left(a_{23} - s\varphi\lambda\right)R_{t-1} + \varphi\left(e_t - u_t\right) \qquad [26]$$
$$m_t = \overline{y} + a_{22}\overline{r} + \left[a_{23} - s\lambda\left(1+\varphi\right)\right]R_{t-1} + \left(1+\varphi\right)e_t - u_t + \xi_t \qquad [27]$$

Para encontrar los valores de los coeficientes se igualan las ecuaciones [20]-[25], [21]-[26] y [22]-[27], respectivamente. En el caso de [20]-[25], se obtiene $a_{11} = 1$, $a_{12} = -s$, $a_{13} = 0$ y $a_{14} = 0$, por lo que la solución para el nivel de producto es igual a:

$$y_t = \overline{y} - s\overline{r} + e_t \qquad [28]$$

De [21]-[26] se cumple:

$$\begin{aligned} a_{22} &= a_{22} - s\varphi \\ a_{23} &= a_{23} - s\varphi\lambda \\ a_{24} &= -\varphi \\ a_{25} &= \varphi \end{aligned} \qquad [29]$$

Por su parte, de [22]-[27] es necesario que se verifique:

$$
\begin{aligned}
a_{31} &= 1 \\
a_{33} &= a_{23} - s\lambda\left(1+\varphi\right) \\
a_{34} &= 1+\varphi \\
a_{35} &= a_{22} \\
a_{36} &= 1
\end{aligned}
\qquad [30]
$$

Con las ecuaciones [29] no es posible calcular los valores de a_{22} ni de a_{23}. De [30] tampoco se puede cuantificar el valor de a_{35}, por lo tanto no existe una solución. En otras palabras, la oferta de producto es independiente de la regla de tasa de interés establecida por el banco central. De esta manera, el modelo S-W exhibe el mismo problema del nivel de precios (los coeficientes a_{22} y a_{23} son desconocidos en la ecuación [26] de precios) que padece el modelo IS/LM neoclásico.

McCallum (1981) propone modificar la regla de tasa de interés para que dependa de algún objetivo monetario. Por ejemplo, si el banco central fija la tasa de interés para alcanzar un nivel promedio de saldos nominales, entonces se puede encontrar una solución. Nuestra propuesta, en cambio, se basa en la idea de la sección anterior. Claro la cuestión es, ¿existe una solución si la regla de tasa de interés está anclada al nivel de precios?

La solución al modelo S-W

Una posible solución del modelo S-W consiste de una regla de tasa de interés tal que sea una función del nivel de precios. Con esta idea en mente, la estructura del modelo S-W se modifica en la Tabla 3.

La novedad es la regla de tasa de interés (ecuación [35]), según la cual el banco central eleva la tasa de interés nominal R_t cuando el nivel de precios p_t está por encima de $\overline{p}$ del estado estacionario.

Después de algunas manipulaciones se puede hallar las siguientes ecuaciones para el nivel de precios y para el nivel de producto.

$$
p_t = -\frac{s\varphi}{1+s\varphi\alpha}\left[\lambda\overline{R} - \alpha\overline{p} - \overline{r}\right] + \frac{s\varphi E_{t-1}p_{t+1}}{1+s\varphi\alpha} + \frac{\left(1-s\varphi\right)E_{t-1}p_t}{1+s\varphi\alpha} + \frac{\varphi}{1+s\varphi\alpha}\left(e_t - u_t\right) \qquad [36]
$$

Tabla 3

El IS/LM de Expectativas Racionales de S-W Corregido

[31]	$y_t - \bar{y} = (1/\varphi)(p_t - E_{t-1}p_t) + u_t,\ \varphi > 0$
[32]	$y_t - \bar{y} = -s(r_t - \bar{r}) + e_t,\ s > 0$
[33]	$m_t - p_t = y_t - bR_t + \xi_t,\ b > 0$
[34]	$R_t = r_t + E_{t-1}(p_{t+1} - p_t)$
[35]	$R_t = \lambda\bar{R} + \alpha(p_t - \bar{p}),\ \lambda > 0, \alpha > 0$
Variables Endógenas:	$y_t, p_t, r_t, m_t,\ R_t$
Variables Exógenas:	$\bar{r}, \bar{y}, \bar{p}, \bar{R}, u_t, e_t, \xi_t$
Parámetros	$\varphi, s, b, \lambda, \alpha$

$$y_t = \bar{y} - \frac{s}{1+s\varphi\alpha}\left[\lambda\bar{R} - \alpha\bar{p} - \bar{r}\right] + \frac{sE_{t-1}p_{t+}}{1+s\varphi\alpha} - \frac{s(1+\alpha)E_{t-1}p_t}{1+s\varphi\alpha} + \frac{e_t}{1+s\varphi\alpha} + \frac{s\varphi\alpha}{1+s\varphi\alpha}u_t \qquad [37]$$

De esta manera, la conjetura tiene la siguiente estructura:

$$p_t = b_{12}\bar{R} + b_{13}\bar{r} + b_{14}\bar{p} + b_{15}e_t + b_{16}u_t \qquad [38]$$

$$y_t = b_{21}\bar{y} + b_{22}\bar{R} + b_{23}\bar{r} + b_{24}\bar{p} + b_{25}e_t + b_{26}u_t \qquad [39]$$

Ahora bien, de la ecuación [38] se obtiene:

$$E_{t-1}p_t = b_{12}\bar{R} + b_{13}\bar{r} + b_{14}\bar{p} \qquad [40]$$

$$E_{t-1}p_{t+1} = b_{12}\bar{R} + b_{13}\bar{r} + b_{14}\bar{p} \qquad [41]$$

Dado que $E_{t-1}p_t = E_{t-1}p_{t+1}$ entonces se simplifica [36] y [37].

$$p_t = \frac{1}{1+s\varphi\alpha}\left[(b_{12} - s\varphi)\bar{R} - (b_{13} + s\alpha\varphi)\bar{r} + (b_{14} + s\varphi)\bar{r}\right] + \frac{\varphi}{1+s\varphi\alpha}(e_t - u_t) \qquad [42]$$

$$y_t = \bar{y} - \frac{s}{1+s\varphi\alpha}\left[(\lambda + \alpha b_{12})\bar{R} - \alpha(1-b_{14})\bar{p} - (\lambda + \alpha b_{12})\bar{r}\right] + \frac{1}{1+s\varphi\alpha}(e_t - s\varphi\alpha u_t) \qquad [43]$$

Al igualar [38] y [42] es posible encontrar los valores de los coeficientes desconocidos para el nivel de precios p_t.

$$\begin{aligned} b_{12} &= -1/\alpha \\ b_{13} &= 1 \\ b_{14} &= 1/\alpha \\ b_{15} &= \varphi/(1+s\alpha\varphi) \\ b_{16} &= -\varphi/(1+s\alpha\varphi) \end{aligned} \qquad [44]$$

En otras palabras, el nivel de precios está determinado, pues la solución es:

$$p_t = -\frac{1}{\alpha}\overline{R} + \overline{r} + \frac{1}{\alpha}\overline{p} + \frac{\varphi}{1+s\alpha\varphi}e_t - \frac{\varphi}{1+s\alpha\varphi}u_t \qquad [45]$$

Además, si se igualan [39] y [43] se observa que el nivel de producto también está definido.

$$\begin{aligned} b_{21} &= 1 \\ b_{22} &= s(1-\lambda)/(1+s\varphi\alpha) \\ b_{23} &= s(1+\alpha)/(1+s\varphi\alpha) \\ b_{24} &= -s(1-\alpha)/(1+s\varphi\alpha) \\ b_{25} &= 1/(1+s\varphi\alpha) \\ b_{26} &= -s\varphi\alpha/(1+s\varphi\alpha) \end{aligned} \qquad [46]$$

La oferta de producto real es igual a:

$$y_t = \overline{y} + \frac{s(1-\lambda)}{1+s\alpha\varphi}\overline{R} + \frac{s(1+\alpha)}{1+s\alpha\varphi}\overline{r} - \frac{s(1-\lambda)}{1+s\alpha\varphi}\overline{p} + \frac{1}{1+s\alpha\varphi}e_t - \frac{s\varphi\alpha}{1+s\alpha\varphi}u_t \qquad [47]$$

En todo caso, lo que se muestra es que el producto sí depende de la regla de tasa de interés que el banco central diseña.[6] Además, la tasa de interés está establecida, pues su solución es:

$$r_t = R_t = (\lambda - 1)\bar{R} + (1 - \alpha)\bar{r} - \frac{\alpha\varphi}{1+\alpha\varphi}(e_t - u_t) \qquad [48]$$

donde se utiliza [34] y [35] junto a la igualdad $E_{t-1}p_t = E_{t-1}p_{t+1}$.

La propuesta de King-Kerr (1996) a la indeterminación de precios

Cuando en la regla monetaria se incluye un choque ruido blanco (o un proceso autorregresivo de primer orden) surge una complicación. La resolución del problema exige la presencia de ciertos términos de expectativas racionales de variables agregadas. El primer asunto se expone a continuación, mientras que el segundo aspecto se considera en la siguiente sección.

La Tabla 4 contiene las ecuaciones del modelo de Kerr-King (1996) [K-K], donde [52] es la regla estocástica de la tasa de interés asociada a una constante $\bar{R}$ más un término v_t ruido blanco. El resto de las ecuaciones es conocido excepto por tres particularidades. En primer lugar, el calendario de las expectativas de la ecuación de Fisher es diferente respecto al modelo S-W, pues como se observa en [51], las expectativas del nivel de precios en *t*+1 se formulan en el período *t* y no en *t*-1.

En segundo lugar, se prescinde de la ecuación LM ya que su papel es residual al sistema. Por último, las variables aleatorias con distribuciones de probabilidad exógenas son excluidas, excepto la que se incluye en la regla monetaria.

El sistema de ecuaciones de la Tabla 4 se puede reescribir en términos de la tasa de inflación, (ya que $\pi_t \equiv p_t - p_{t-1}$). No es difícil ver que [49] y [51] se sustituyen respectivamente por [53] y [54].

[6] En este sentido hay una diferencia con la solución propuesta por McCallum (1981), ya que él muestra que el nivel de producto es independiente de la regla de tasa de interés aún en el caso de que la regla de tasa de interés tenga algún objetivo sobre la cantidad de dinero.

Tabla 4

El Modelo K-K Simplificado (1996)	
[49]	$p_t = p_{t-1} + \varphi\left(y_t - \overline{y}_t\right),\ \varphi > 0$
[50]	$y_t - \overline{y} = -s\left(r_t - \overline{r}\right),\ s > 0$
[51]	$R_t = r_t + E_t\left(p_{t+1} - p_t\right)$
[52]	$R_t = \overline{R} + v_t$
Variables Endógenas:	y_t, p_t, r_t, R_t
Variables Exógenas:	$\overline{r}, \overline{y}, \overline{R}, v_t$
Parámetros	φ, s

$$\pi_t = \varphi\left(y_t - \overline{y}_t\right) \qquad [53]$$
$$R_t = r_t + E_t\pi_{t+1} \qquad [54]$$

El problema de la indeterminación de precios es equivalente a buscar una solución de expectativas racionales para la tasa de inflación y las demás variables endógenas. A este respecto, es posible calcular el nivel de producto y la tasa de inflación de equilibrio, pero no para la tasa de interés real.

En este sentido, Kerr-King (1996) obtienen un resultado incompleto para el caso de un proceso autorregresivo de primer orden.

$$v_t = \rho v_{t-1} + \varepsilon_t\ ,\ |\rho| \leq 1 \qquad [55]$$

donde ε_t es un ruido blanco y ρ es el parámetro de persistencia del componente estocástico de la política monetaria.

En seguida, en el modelo K-K mostraremos esta complicación inadvertida por Kerr-King. Se puede comenzar por mostrar que las ecuaciones seudo-reducidas son:

$$y_t = \overline{y} - s\left[\left(\overline{R} - \overline{r}\right) - E_t\pi_{t+1} + v_t\right] \qquad [56]$$

$$\pi_t = -s\varphi\left[\left(\bar{R} - \bar{r}\right) - E_t\pi_{t+1} + v_t\right] \qquad [57]$$

$$r_t = \bar{R} + v_t - E_t\pi_{t+1} \qquad [58]$$

En tal caso, la solución de expectativas racionales tiene el siguiente formato:

$$y_t = a_{11}\bar{y} + a_{12}\bar{R} + a_{13}\bar{r} + a_{14}v_t \qquad [59]$$

$$\pi_t = a_{22}\bar{R} + a_{23}\bar{r} + a_{24}v_t \qquad [60]$$

$$r_t = a_{32}\bar{R} + a_{34}v_t \qquad [61]$$

Es pertinente que recordar que v_t es un proceso autorregresivo de primer orden, de manera que en el período t+1, su esperanza matemática es $E_t v_{t+1} = \rho\, v_t$. Por ende, al adelantar un período [57] se tiene:

$$E_t\pi_{t+1} = a_{22}\bar{R} + a_{23}\bar{r} + a_{24}\rho v_t \qquad [62]$$

Después de tomar en cuenta [62] en [56], [57] y [58] se obtiene:

$$y_t = \bar{y} - s\left(a_{22} - 1\right)\bar{R} + s\left(a_{23} + 1\right)\bar{r} + s\left(1 - \rho a_{24}\right)v_t \qquad [63]$$

$$\pi_t = -s\varphi\left(a_{22} - 1\right)\bar{R} + s\varphi\left(a_{23} + 1\right)\bar{r} + s\varphi\left(1 - \rho a_{24}\right)v_t \qquad [64]$$

$$r_t = \left(1 - a_{22}\right)\bar{R} - a_{23}\bar{r} + \left(1 - \rho a_{24}\right)v_t \qquad [65]$$

Al igualar las ecuaciones [59]-[63] se tiene:

$$\begin{aligned} a_{11} &= 1 \\ a_{12} &= -s/\left(1 - s\varphi\right) \\ a_{13} &= s/\left(1 - s\varphi\right) \\ a_{14} &= -s\varphi/\left(1 - s\varphi\rho\right) \end{aligned} \qquad [66]$$

De la misma manera, al igualar las ecuaciones [60]-[64] se arriba a:

$$
\begin{aligned}
a_{22} &= -s\varphi/(1-s\varphi) \\
a_{23} &= s\varphi/(1-s\varphi) \\
a_{24} &= s\varphi/(1-s\varphi\rho)
\end{aligned}
\qquad [67]
$$

En consecuencia, bajo la hipótesis de expectativas racionales, las soluciones para el nivel de producto y la tasa de inflación son:

$$y_t = \bar{y} - s\left[\frac{1}{1-s\varphi}\left(\bar{R}-\bar{r}\right) + \frac{\varphi}{1-s\varphi\rho}v_t\right] \qquad [68]$$

$$\pi_t = -s\varphi\left[\frac{1}{1-s\varphi}\left(\bar{R}-\bar{r}\right) + \frac{1}{1-\rho s\varphi}v_t\right] \qquad [69]$$

La última ecuación es reportada por Kerr-King (1996, p. 53 y p. 68), pero ellos insinúan que se tiene una solución completa, pero (cuidado) existe una complicación al igualar las ecuaciones [61]-[64].

$$
\begin{aligned}
a_{32} &= 1/(1-s\varphi) \\
a_{23} &= 0 \\
a_{32} &= 1/(1-s\varphi\rho)
\end{aligned}
\qquad [70]
$$

En efecto, resulta que la tasa de interés está indeterminada debido a que tenemos dos valores diferentes para a_{23} en [67] y [68]. Esto significa que cuando la regla monetaria es estocástica el problema de la determinación del nivel de precios de equilibrio se traslada a la irresolución de otra variable endógena, a saber la tasa de interés real. [7]

[7] En nuestra opinión, esta es la razón por la que Kerr-King (1996, p. 51) indican que este modelo tiene el inconveniente de que un incremento en la tasa de interés nominal provoca un incremento más que proporcional en la tasa de interés real, una proposición indeseable respecto a la evidencia empírica.

La solución al modelo K-K

Siguiendo a Clarida, *et al.* (1999) y King (2000) es conveniente añadir al modelo de Kerr-King en términos de expectativas (en la curva de Phillips y en la ecuación IS), los cuales se basan en la pauta de optimización dinámica de la fijación escalonada de precios y del consumo de varios períodos (la nueva síntesis neoclásica). En la Tabla 5 se incluyen a las ecuaciones del modelo K-K ampliado.

Tabla 5

El modelo K-K ampliado (1996)

[71]	$\pi_t = E_t\pi_{t+1} + \varphi\hat{y}_t\,,\ \varphi > 0$
[72]	$\hat{y}_t = E_t\hat{y}_{t+1} - s\hat{r}_t\,,\ s > 0$
[73]	$R_t = \hat{r}_t + E_t\pi_{t+1}$
[74]	$R_t = \overline{R} + v_t$
[75]	$v_t = \rho v_{t-1} + \varepsilon_t$
Variables Endógenas:	y_t, p_t, r_t, R_t, v_t
Variables Exógenas:	$\overline{R}, v_{t-1}, \varepsilon_t$
Parámetros	φ, s

Las variables con 'sombrero' se definen como $\hat{y}_t \equiv y_t - \overline{y}$ y $\hat{r}_t \equiv r_t - \overline{r}$, por lo que están cuantificadas en relación a sus valores estacionarios. Por otro lado, se ve de [74] y [75] que la tasa de interés sigue una caminata aleatoria con intercepto.

$$R_t = (1-\rho)\overline{R} + \rho R_{t-1} + \varepsilon_t \qquad [76]$$

La aplicación del método de coeficientes indeterminados exige establecer el 'conjunto mínimo' de variables de estado. Siguiendo a McCallum (1983) se podría proceder con cualquiera de los siguientes 'conjuntos mínimos': $\{\overline{R}, v_t\}$ ó $\{R_{t-1}, \varepsilon_t\}$. En el primer caso, las ecuaciones relevantes son [71] a [74], por lo que si v_t es una variable endógena, al eliminar los términos de expectativas, sólo interesa que $E_t v_{t+1} = v_t$

(lo que se deduce de [75] para un periodo adelante). En el segundo caso, las ecuaciones importantes son [71] a [73], incluyendo [76].

Si seguimos la primera ruta, las soluciones contendrán al conjunto $\{\bar{R}, v_t\}$ (sólo si deseamos aparecerá en lugar de v_t). Si se opera con [71] a [74] entonces se arriba a las siguientes ecuaciones seudo-reducidas:

$$r_t = \bar{R} + v_t - E_t \pi_{t+1} \qquad [77]$$

$$\hat{y}_t = E_t \hat{y}_{t+1} + sE_t \pi_{t+1} - s\left(\bar{R} + v_t\right) \qquad [78]$$

$$\pi_t = \varphi E_t \hat{y}_{t+1} + \left(1 + s\varphi\right) E_t \pi_{t+1} - s\varphi\left(\bar{R} + v_t\right) \qquad [79]$$

La eliminación de los términos de expectativas permite entrever las siguientes soluciones potenciales:

$$r_t = a_{11}\bar{R} + a_{12} v_t \qquad [80]$$

$$\hat{y}_t = a_{21}\bar{R} + a_{22} v_t \qquad [81]$$

$$\pi_t = a_{31}\bar{R} + a_{32} v_t \qquad [82]$$

Si de forma conveniente las ecuaciones se adelantan un período de tiempo, se tienen las expectativas condicionales.

$$E_t \hat{y}_{t+1} = a_{21}\bar{R} + a_{22} v_t \qquad [83]$$

$$E_t \pi_{t+1} = a_{31}\bar{R} + a_{32} v_t \qquad [84]$$

Al tomar en cuenta las ecuaciones anteriores en [77] a [79] y después de igualar términos, entonces se arriba a:

$$r_t = (\theta/\kappa)v_t \qquad [85]$$

$$\hat{y}_t = -(\theta/\kappa)v_t \qquad [86]$$

$$\pi_t = \bar{R} + (\theta/\kappa)v_t \qquad [87]$$

donde $\theta \equiv (1-\rho)^2 - s^2\rho^2\varphi$, $\vartheta \equiv s\varphi(1-\rho)$ y $\kappa \equiv (1-\rho)[1-\rho(1-s\varphi)] - s^2\rho^2\varphi$. De esta manera, se establecen los siguientes procesos estocásticos:

$$\hat{\hat{r}}_t = \rho r_{t-1} + (\theta/\kappa)\varepsilon_t \qquad [88]$$

$$\hat{\hat{y}}_t = \rho y_{t-1} - (\theta/\kappa)\varepsilon_t \qquad [89]$$

$$\pi_t = (1-\rho)\bar{R} + \rho\pi_{t-1} + (\vartheta/\kappa)\varepsilon_t \qquad [90]$$

Lo anterior significa que desaparece la complicación del modelo K-K, pues todas las variables endógenas se determinan. Además si $|\rho| < 1$ el proceso involucrado es estacionario, pero si $\rho = 1$ es una caminata aleatoria (sin deriva). Por consiguiente, si la regla es estocástica existe una solución de expectativas racionales, además tal resultado es idóneo en la aplicación de pruebas estadísticas para procesos raíz unitaria.[8]

[8] Los resultados teóricos sobre las variables endógenas que se deducen de la corrección al modelo K-K son idóneos para la aplicación de pruebas estadísticas de clase de raíces unitarias. A este respecto, Nelson-Plosser (1982), señalan que las pruebas estadísticas deben sustentarse no solo en la teoría pura de los procesos estocásticos, sino también en la teoría macroeconómica.

Conclusión

En una estructura tipo IS/LM hemos revisado varias soluciones al problema planteado por el modelo S-W sobre el nivel de precios cuando el banco central sigue una regla de tasa de interés. La solución propuesta en el modelo IS/LM neoclásico para la tasa de interés fijada por el banco central también funciona en el modelo S-W de expectativas racionales para una regla determinística. Cuando la regla monetaria es estocástica, surge el problema de cuantificar la tasa de interés real de equilibrio, aun cuando la tasa de inflación está definida. La dificultad anterior obliga a incorporar ciertos términos de expectativas en la ecuación IS y en la curva de Phillips. El procedimiento se basa en las ideas microfundamentadas de la nueva síntesis neoclásica (véase King (2000)).

El problema del nivel de precios planteado por S-W (1975) dio la sensación a la comunidad de que una regla de tasa de interés no se podía sostener y que la hipótesis de expectativas racionales era la responsable. Sin embargo, hemos mostrado que el método de coeficientes indeterminados permite encontrar una solución (con el cuidado necesario). Por supuesto, se debe elegir el 'conjunto mínimo' de variables de estado para evitar los casos de inexistencia. La recomendación es eliminar las variables extrañas que afectan a la formación de expectativas de precios (como es el caso del modelo S-W), o bien añadir algunos términos de expectativas (como es el caso del modelo K-K).

La ecuación monetaria se omite y entonces florece la macroeconomía keynesiana (sin la curva LM). Este escenario parece prometedor para la investigación futura sobre todo si el modelo se acompaña de una regla estocástica para la tasa de interés.

Referencias

Clarida, R., Gali, J. y Gertler, M., 1999, "The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective", *Journal of Economic Literature*, Vol. 37, pp. 1661-1707

Kerr, W. y King, R., 1996, "Limits on Interest Rates Rules in the IS Model", Federal Reserve Bank of Richmond, *Economic Quarterly*, Vol. 82, pp. 47-75.

King R., 2000, "The New IS-LM Model: Language, Logic, and Limits", Federal Reserve Bank of Richmond, *Economic Quarterly*, Vol. 86, pp. 45-103.

Lucas, R. Jr. & Rapping, L.A., 1969, "Real Wages, Employment, and Inflation," Journal of Political Economy, Vol. 77, pp. 721-54.

McCallum, B., 1981, "Price Level Determinacy with an Interest Rate Policy Rule and Rational Expectations", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 8, pp. 319-329

McCallum, B., 1983, "On Non-Uniqueness in Rational Expectations Models: An Attempt at Perspective", *Journal of Monetary Economics,* Vol. 11, pp. 139-168

Nelson, C.R., y Plosser, C.I., 1982, "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications", *Journal of Political Economy*, Vol. 10, pp. 139-162.

Poole, W., 1970, "Optimal Choice of Monetary Policy Instruments in a Simple Stochastic Macro Model", *Quarterly Journal of Economics*, Vol.84, pp. 197-216

Sargent, T., 1979, *Macroeconomic Theory*, Academic Press, New York

Sargent, T. y Wallace, N., 1975, "Rational Expectations, the Optimal Monetary Instrument, and the Optimal Money Supply Rule", *Journal of Political Economy*, Vol. 83, pp. 241-254.

Wicksell, K., 1907, "The Influence of the Rate of Interest on Prices", *Economic Journal*, Vol. 17, pp. 213–220.